Klausur AVWL 1

Klausurtermin: 02.04.2015

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Vom Prüfer auszufüllen:
Punkte:
Note:
Credits:

Vom Prüfer auszufüllen:	
Aufg.1:	/ 25
Aufg.2:	/ 17
Aufg.3:	/ 22
Aufg.4:	/ 15
Aufg.5:	/ 21

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung ☐
Diplom-Prüfungsordnung ☐

Studiengang: ____________________ Unterschrift: ____________________

Klausurdauer: 90 Minuten

Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner, Wörterbuch
- Die Klausur besteht aus 10 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 5 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!**
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Aufgabe 1 (Multiple Choice — 25 Punkte)**.**

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		R	**F**
1.	Besitzt eine Produktionsfunktion mit zwei Inputs, $F(L, K)$, die Eigenschaft $F(\lambda L, \lambda K) = 2\lambda F(L, K)$, so ist diese Funktion homogen vom Grad 2.		x
2.	Ist ein fixer Produktionsfaktor mit der Menge 5 zum Faktorpreis von 20 Teil der Technologie, sind die Fixkosten für das Unternehmen 100.	x	
3.	Mithilfe einer monoton steigenden Transformation einer Nutzenfunktion, ist es möglich deren kardinales Nutzenkonzept beizubehalten.		x
4.	Man betrachte einen Konsumenten, der sein gesamtes Einkommen m für die Güter X und Y ausgibt. Wenn sich die Preise der beiden Güter verdoppeln und m unverändert bleibt, führt das zu einer Parallelverschiebung der Budgetgerade nach innen.	x	
5.	Mithilfe einer Engelkurve kann der Zusammenhang einer Einkommensänderung und der Güternachfrage dargestellt werden.	x	
6.	Bei einer Pareto-Verbesserung kann ein Konsument nur auf Kosten mindestens eines anderen Konsumenten besser gestellt werden.		x
7.	Bei einer linearen Angebotsfunktion $x^s(p) = \beta \cdot p$ ist die Preiselastizität des Angebots gleich 1.	x	
8.	Liegt auf einem Wettbewerbsmarkt zu einem gegebenen Preis eine Überschussnachfrage vor, muss der Preis sinken, damit der Markt geräumt wird.		x
9.	Die Kostenfunktion eines Unternehmens gibt die minimalen Ausgaben an, die notwendig sind, um eine höchstmögliche Ausbringungsmenge zu produzieren.		x
10.	Präferenzen bezüglich perfekten Komplementen im Verhältnis 1 : 1 lassen sich durch eine Leontief-Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ abbilden.	x	

Aufgabe 2 (Präferenzen — 17 Punkte)**.**

Betrachten Sie einen Konsumenten, der sich seiner Präferenzen über den Konsum verschiedener Güterbündel bewusst ist. Die Güterbündel werden mit $X = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, $Y = (y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n)$ und $Z = (z_1, z_2, z_3, \ldots, z_n)$ bezeichnet, wobei x_i, y_i und z_i die Mengen des Gutes $i = 1, \ldots, n$ in den Bündeln X, Y und Z darstellen!

a) Welche Präferenzrelationen können zwischen 2 Güterbündeln $X \neq Y$ bestehen? Bitte geben Sie Ihre Antwort formal und nicht-formal! (3 Punkte)

> **Indifferenz:** $X \sim Y$
> **Schwach bevorzugt:** $X \succeq Y$ oder $Y \succeq X$
> **Strikt bevorzugt:** $X \succ Y$ oder $Y \succ X$
>
> 3 Punkte

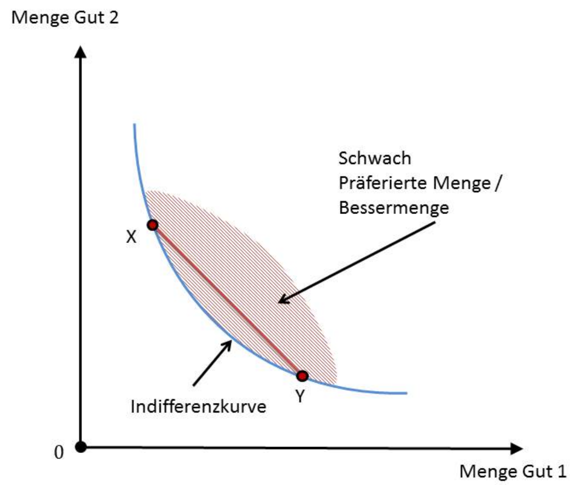
b) Nennen Sie 3 Axiome bezüglich der Präferenzen des Konsumenten! Erläutern Sie deren Bedeutung formal und nicht-formal! (6 Punkte)

> **Vollständigkeit:**
> $\forall X, Y$ gilt: $X \succeq Y$ oder $Y \succeq X$. Es können alle Alternativen miteinander verglichen werden.
> **Reflexivität:**
> $\forall X$ gilt: $x \succeq x$.
> Für 2 gleiche Güterbündel gilt, dass eines nicht schwächer präferiert wird als das andere.
> **Transitivität:**
> $\forall X, Y, Z$ gilt: $X \succeq Y$ & $Y \succeq Z \Rightarrow X \succeq Z$
> Wenn X über Y (schwach) präferiert wird, und Y wiederum über Z (schwach) präferiert wird, folgt daraus, dass X auch (schwach) über Z präferiert wird.
>
> 6 Punkte

c) Bezüglich Nutzenfunktionen wird oft angenommen, dass sie die Eigenschaften Monotonie und Konvexität besitzen. Erläutern Sie beide Eigenschaften (nicht-formal)! (4 Punkte)

> **Monotonie:** Wenn bei 2 Güterbündeln X und Y im Bündel Y in allen Gütern mindestens so viel enthalten ist wie im Bündel X, aber von einem Gut mehr, dann wird bei Monotonie eine strikte Präferenz beobachtet (z.B. $Y \succ X$). -> "Mehr ist besser".
> **Konvexität:** Seien X und Y zwei Bündel auf einer Indifferenzkurve. Bei Konvexität (und Monotonie) wird die Linearkombination den beiden Bündeln X, Y vorgezogen, also: $\alpha X + (1 - \alpha)Y \succ X$. -> Die Mischung wird bevorzugt.
>
> 4 Punkte

d) Skizzieren Sie grafisch eine Indifferenzkurve mit den in Teilaufgabe c) thematisierten Eigenschaften (im 2-Güter-Raum)! Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung (Achsen, Indifferenzkurve, Bessermenge)! (4 Punkte)


Menge Gut 2
Schwach
Präferierte Menge /
Bessermenge
X
Y
Indifferenzkurve
0
Menge Gut 1

4 Punkte

Aufgabe 3 (Allgemeines Gleichgewicht — 22 Punkte).

Betrachten Sie eine Ökonomie mit einem Haushalt und einem Unternehmen. Alle Marktteilnehmer sind Preisnehmer. In der Ökonomie gibt es zwei Güter: Den allgemeinen Produktionsfaktor K (mit Marktpreis r) und das Konsumgut X (mit Marktpreis p). Der Haushalt hat eine Anfangsausstattung von K in Höhe von 1. Er bietet einen Teil seiner Ausstattung am Markt an und konsumiert das Konsumgut sowie den restlichen Teil seiner Ausstattung. Der Haushalt hat folgende Nutzenfunktion:

$$U(x,k) = x^{\alpha}(1-k)^{1-\alpha}$$

mit $\alpha \in \,]0,1[$, wobei x die Nachfrage nach X und k das Angebot an K darstellt. Das Unternehmen produziert mittels des Produktionsfaktors das Konsumgut und hat folgende Technologie:

$$X(\hat{k}) = 2\hat{k},$$

wobei $\hat{k}$ die Nachfrage nach K von Seiten des Unternehmens darstellt.

a) Das Unternehmen maximiert seinen Gewinn. Wie lautet das Optimierungsproblem des Unternehmens? Leiten Sie die notwendige Bedingung 1. Ordnung für das Gewinnmaximum her! (3 Punkte)

$$\max_{\hat{k}} \; \pi(\hat{k}) = pX(\hat{k}) - r\hat{k}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \hat{k}} = p\frac{\partial X}{\partial \hat{k}} - r \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial X}{\partial \hat{k}} = \frac{r}{p}$$

$$\boxed{2 = \frac{r}{p}}$$

3 Punkte

b) Betrachten Sie das Ergebnis aus Teilaufgabe a). Welche Aussage können Sie über die nachgefragte Produktionsfaktormenge in Abhängigkeit des Relativpreises treffen? Welcher Relativpreis ist markträumend? (3 Punkte)

$\frac{r}{p} < 2$: Nachfrage nach K $\rightarrow \infty \Rightarrow$ keine Markträumung

$\frac{r}{p} = 2$: Menge ist unbestimmt von Seiten des Unternehmens $\rightarrow$ Unternehmen beschäftigt alles angebotene Kapitel $\rightarrow$ Faktormarkt geräumt

$\frac{r}{p} > 2$: Das Unternehmen fragt $\hat{k} = 0$ nach, da es bei positivem $\hat{k}$ Verluste machen würde. $\Rightarrow$ keine Markträumung.

3 Punkte

c) Das Unternehmen gehört dem Haushalt und überweist seinen Gewinn an diesen. Zeigen Sie, dass das Unternehmen bei einem markträumenden Relativpreis Null-Gewinne macht! (2 Punkte)

Der Markt räumende Relativpreis beträgt $\frac{r}{p} = 2 \;\Leftrightarrow\; r = 2p$. Bei diesem Preis macht das Unternehmen einen Null-Gewinn:

$$\begin{aligned}
\pi &= p \cdot 2\hat{k} - r\hat{k} \\
\pi &= \hat{k}[2p - r] \\
\pi &= \hat{k}[2p - 2p] = 0
\end{aligned}$$

2 Punkte

d) Formulieren Sie formal und nicht-formal das Optimierungsproblem des Haushalts! (4 Punkte)

$$\max_{x,k} \; U(x,k) = x^{\alpha}(1-k)^{1-\alpha} \text{ s.t. } rk \geq px$$

Der Haushalt optimiert seinen Nutzen durch die Wahl von Konsum x und Menge des ausgeliehenen Produktionsfaktors k. Dabei muss er die Budgetbeschränkung beachten: Die Ausgaben für Konsum dürfen nicht über dem Einkommen des Produktionsfaktors liegen. Einkommen aus Gewinnen des Unternehmens hat der HH nicht, da diese im Gleichgewicht null sind.

4 Punkte

e) Leiten Sie die Güternachfrage und das Produktionsfaktorangebot des Haushalts her! (7 Punkte)

$$L = x^{\alpha}(1-k_i)^{1-\alpha} + \lambda(rk - px)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \alpha x^{\alpha-1}(1-k)^{1-\alpha} - \lambda p = 0 \iff \boxed{\alpha x^{\alpha-1}(1-k)^{1-\alpha} = \lambda p}$$

$$\frac{\partial L}{\partial k} = (1-\alpha)x^{\alpha}(1-k)^{-\alpha}(-1) + \lambda r = 0 \iff \boxed{(1-\alpha)x^{\alpha}(1-k)^{-\alpha} = \lambda r}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \iff \boxed{rk = px}$$

MRS-Bedingung:

$$\frac{\alpha x^{\alpha-1}(1-k)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)x^{\alpha}(1-k)^{-\alpha}} = \frac{\lambda p}{\lambda r} \iff \boxed{\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-k}{x} = \frac{p}{r}} \iff \frac{\alpha}{1-\alpha}(1-k) = \frac{px}{r}$$

Einsetzen der Budgetrestriktion

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{k}{1-k} \iff \alpha(1-k) = k(1-\alpha) \iff \boxed{k^* = \alpha}.$$

Mit Hilfe der Budgetrestriktion folgt daraus

$$\boxed{x^* = \alpha\frac{r}{p}}$$

7 Punkte

f) Bestimmen Sie das allgemeine Gleichgewicht der Ökonomie (Preisverhältnis, Arbeitseinsatz, Güterproduktion und -konsum)! (3 Punkte)

Preisverhältnis: $r/p = 2$
Einsatz des Produktionsfaktors: $\hat{k} = \alpha$
Güterproduktion bzw. -konsum: $X(\hat{k}) = x^* = 2\alpha$ 3 Punkte

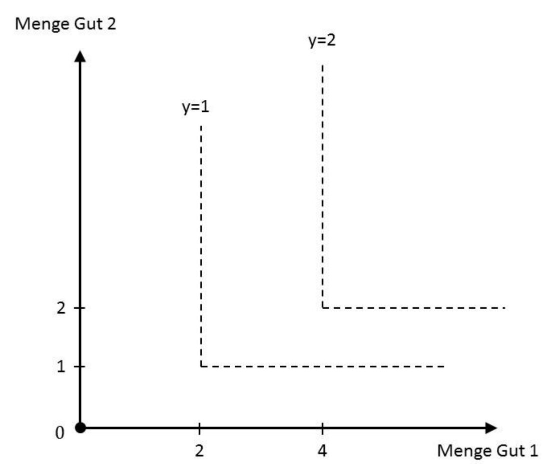
Aufgabe 4 (Produktionstechnologien — 15 Punkte).

Im Folgenden werden drei Produktionstechnologien und die dazugehörigen Produktionsfunktionen betrachtet. x_i steht jeweils für den Inputfaktor i, y für die Ausbringungsmenge.

a) Benennen Sie die Produktionstechnologien und machen Sie Angaben zum jeweiligen Einsatzverhältnis, das zur Erreichung eines vorgegebenen Outputniveaus nötig ist, und zur Substitutionsfähigkeit. Zeichnen Sie skizzenhaft eine Isoquante für jede Produktionsfunktion! (je 4 Punkte)

i) Funktion 1: $y(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$

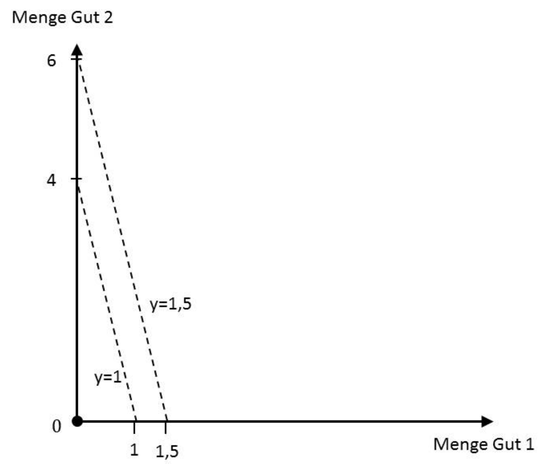
limitationale Produktionsfunktion (Leontief-PF)
Einsatzverhältnis: konstant, hier 2:1
Substituierbarkeit: null



4 Punkte

ii) Funktion 2: $y(x_1, x_2) = x_1 + \frac{1}{4}x_2$

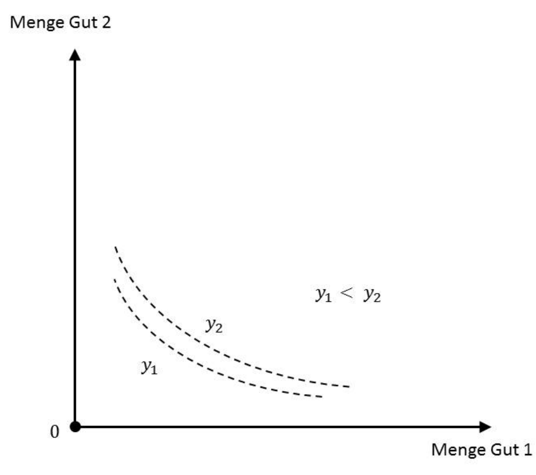
Substitutionale Produktionsfunktion
Einsatzverhältnis: beliebig
Substituierbarkeit: vollständig (kein Faktor ist essentiell)



4 Punkte

iii) Funktion 1: $y(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} \cdot x_2^{(1-\alpha)}$

Cobb-Douglas-Produktionsfunktion
Einsatzverhältnis: variabel
Substituierbarkeit: gegeben, aber imperfekt (alle Produktionsfaktoren sind essentiel)



4 Punkte

b) Definieren Sie nicht-formal den Begriff Technische Rate der Substitution (TRS)?

Leiten Sie die TRS formal her! (3 Punkte)

Die TRS ist eine Eigenschaft der Produktionstechnologie. Sie beschreibt, in welchem Verhältnis ein Inputfaktor durch einen anderen ausgetauscht werden kann, sodass das Produktionsniveau (Output) konstant bleibt. Es geht hier wieder um marginale Änderungen. Die TRS ist der Anstieg einer Isoquante an einer bestimmten Stelle.

$$\begin{aligned} y &= Y(x_1, x_2) \\ \mathrm{d}y &= Y_{x_1}\,\mathrm{d}x_1 + Y_{x_2}\,\mathrm{d}x_2 = 0 \\ \boxed{\tfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}x_2} = -\frac{Y_{x_1}}{Y_{x_2}}} &= -\frac{MP_1}{MP_2} = TRS \end{aligned}$$

3 Punkte

Aufgabe 5 (Unternehmenstheorie — 21 Punkte)**.**

Ein Unternehmen bietet sein Produkt zum Marktpreis p auf einem Wettbewerbsmarkt (vollkommene Konkurrenz) an. Es hat die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2)$, wobei x_1 und x_2 die Einsatzmengen zweier Inputfaktoren sind. Die Marktpreise der beiden Inputfaktoren seien ω_1 und ω_2.

a) Welche (formalen) Bedingungen müssen erfüllt sein, damit das Unternehmen kostenminimierend produziert (Sie brauchen die Bedingungen nicht herleiten)? (2 Punkte)

- Technologiebeschränkung: $y = f(x_1, x_2)$
- TRS = Inputpreisverhältnis, dh. $-\frac{\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2}} = -\frac{\omega_1}{\omega_2}$.

2 Punkte

b) Weist die Technologie $y = f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}$ fallende, steigende, oder konstante Skalenerträge auf? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 Punkte)

Konstante Skalenerträge, denn für $\lambda > 0$ gilt:

$$\begin{aligned} f(\lambda x_1, \lambda x_2) &= [\lambda x_1]^{\frac{3}{4}} \cdot [\lambda x_2]^{\frac{1}{4}} \\ &= \lambda^1 x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}. \end{aligned}$$

2 Punkte

c) Herleitung der Kostenfunktion.

i) Formulieren Sie allgemein und formal das Konstenminimierungsproblem des Unternehmens! (2 Punkte)

$$\min_{x_1,x_2} C = \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 \text{ u.d.N } y = f(x_1, x_2)$$

2 Punkte

ii) Leiten Sie für die Technologie $y = f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}$ bei gegebenen Preisen $\omega_1 = 3$ und $\omega_2 = 1$ die Bedingungen 1. Ordnung für die Kostenminimierung des Unternehmens her! (4 Punkte)

Langrange-Ansatz:

$$L = 3x_1 + x_2 - \lambda \left[y - x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} \right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 3 + \lambda \frac{3}{4} x_1^{-\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 1 + \lambda \frac{1}{4} x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{-\frac{3}{4}} \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} \overset{!}{=} 0$$

Division der ersten beiden Bedingungen ergibt:

$$\frac{3}{1} = \frac{\lambda \frac{3}{4} x_1^{-\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}}{\lambda \frac{1}{4} x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{-\frac{3}{4}}}$$

$$3 = \frac{3x_2}{x_1}$$

$$x_1 = x_2$$

alternativ mit TRS-Bedingung:

$$TRS = -\frac{\omega_1}{\omega_2} \Leftrightarrow \frac{3x_2}{x_1} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

4 Punkte

iii) Formulieren Sie nun die Kostenfunktion für das Unternehmen, aufbauend auf den Ergebnissen aus Teilaufgabe c)iii) (3 Punkte)

Einsetzen des optimalen Faktoreinsatzverh. ($x_1 = x_2$) in Technologierestriktion:

$$y = x_1^{\frac{3}{4}} \cdot x_1^{\frac{1}{4}} = x_1 \qquad\qquad y = x_2^{\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} = x_2$$

Kostenfunktion:

$$C(y) = \omega_1 x_1^* + \omega_2 x_2^* = 3y + y$$
$$C(y) = 4y$$

3 Punkte

Nutzen Sie ab jetzt die Kostenfunktion $C(y) = 4y^2$.

d) Leiten Sie die Angebotsfunktion $S(p)$ des Unternehmens her, wobei p den Absatzpreis darstellt! (3 Punkte)

$$\max_y \; \pi = py - 4y^2$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - 8y \stackrel{!}{=} 0$$
$$\boxed{y = S(p) = \frac{p}{8}}$$

3 Punkte

d) Bestimmen Sie die durchschnittlichen variablen Kosten (AVC)! (2 Punkte)

Es gibt keine Fixkosten, daher $AC = AVC$.

$$AC : \frac{C(y)}{y} = 4y$$

2 Punkte

e) Macht das Unternehmen auf einem Markt mit vollkommenen Wettbewerb Gewinn? Begründen Sie ihre Antwort. (3 Punkte)

Das Unternehmen hat steigende Grenzkosten, $C'' = 8 > 0$. Daher sind die Grenzkosten im Wettbewerbsgleichgewicht nur für die letzte verkaufte Einheit gleich dem Preis. Für alle anderen Einheiten liegen die Grenzkosten unter dem Preis. Da keine Fixkosten bestehen, ist der Gewinn daher positiv.

3 Punkte