AVWL I im WS 2018/19
Prof. Dr. Marco Runkel
Fachgebiet Ökonomie des Öffentlichen Sektors, insbesondere Gesundheitsökonomie
TU Berlin

Klausur vom 21.02.2019

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Vom Prüfer auszufüllen:
Punkte:
Note:
Credits:

Vom Prüfer auszufüllen:	
Aufg.1:	/ 25
Aufg.2:	/ 20
Aufg.3:	/ 18
Aufg.4:	/ 17
Aufg.5:	/ 20

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung ☐
Diplom-Prüfungsordnung ☐

Fachsemester: ____

Studiengang: ____________ Unterschrift: ____________________

Klausurdauer: 90 Minuten

Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner, Wörterbuch
- Die Klausur besteht aus 13 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 5 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!**
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Aufgabe I [Multiple Choice] *(25%)*

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		R	**F**
1.	Bei einer Pareto-effizienten Allokation kann ein Haushalt einen Nutzen von Null haben.	X	
2.	Die Grenzrate der Transformation (TRS) einer Leontief-Produktionsfunktion ist immer fallend in der Menge des Inputfaktors x_1.		X
3.	Sind die Präferenzen eines Individuums durch eine Cobb-Douglas-Nutzenfunktion gekennzeichnet, so erhöht sich die Nachfrage nach einem Gut, wenn sich der Preis des anderen Gutes erhöht.		X
4.	Besitzt eine Produktionsfunktion mit zwei Inputs, $F(L, K)$, die Eigenschaft $F(\lambda L, \lambda K) = F(L, K)$, so ist diese Funktion homogen vom Grad Null.	X	
5.	Die Marshall'sche Nachfrage ist abhängig von den Güterpreisen und dem Nutzen.		x
6.	Der zweite Hauptsatz der Wohlfahrtsökonomie besagt, dass bei einem vollkommenden Markt jedes Marktgleichgewicht eine Pareto-optimale Allokation ist.		X
7.	Die äquivalente Variation gibt an, welchen Geldbetrag man dem Konsumenten nach einer Preiserhöhung geben müsste, um ihn genau so gut zu stellen wie vor der Preiserhöhung.		X
8.	Die Isokostengrade ist abhängig von den Input- und Outputpreisen.		X
9.	Mithilfe einer Engelkurve kann der Zusammenhang einer Einkommensänderung und der Güternachfrage dargestellt werden.	X	
10.	Die Steigung der Budgetgerade eines Haushalts hängt von den Preisen und dem Einkommen ab.		X

Aufgabe II [Marktgleichgewicht und Wohlfahrt] *(20%)*

Ein Markt ist durch folgende Nachfrage- und Angebotsfunktionen gekennzeichnet:

$$D(p) = 42 - 2p \quad \text{und} \quad S(p) = \frac{p}{10},$$

wobei p den Preis angibt. D und S stehen für Nachfrage und Angebot.

1. Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht, d.h. den markträumenden Preis p^* und die dazugehörende Nachfragemenge x^*. (3 Punkte)

Im Marktgleichgewicht ist die angebotene gleich der nachgefragten Menge:

$$D(p^*) = S(p^*) \iff 42 - 2p^* = \frac{p^*}{10} \iff 420 = 21 \cdot p^* \iff \boxed{p^* = 20}$$

Die dazugehörende (markträumende) Menge kann man durch Einsetzen in die Nachfrage- oder Angebotsfunktion ermitteln:

$$D(p^*) = 42 - 2 \cdot 20 = 2$$

$$\text{alternativ:} \quad S(p^*) = \frac{20}{10} = 2 \iff \boxed{x^* = 2}$$

3 Punkte

2. Bestimmen Sie folgende Größen: (12 Punkte)

   i. Prohibitivpreis $\hat{p}$.

$$0 = D(\hat{p}) \iff 0 = 42 - 2\hat{p} \iff \boxed{\hat{p} = 21}$$

2 Punkte

   ii. Sättigungsmenge $\hat{x}$.

$$\hat{x} = D(0) \iff \hat{x} = 42 - 2 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\hat{x} = 42}$$

2 Punkte

iii. Konsumentenrente im Marktgleichgewicht $KR(p^*)$.

$$\begin{aligned} KR(p^*) &= \int_{p^*}^{\hat{p}} D(p)dp = \int_{20}^{21} (42-2p)dp = \left[42p - p^2\right]_{20}^{21} \\ &= \left[42 \cdot 21 - 21^2\right] - \left[42 \cdot 20 - 20^2\right] = 1 \end{aligned}$$

Alternativ

$$\begin{aligned} KR(p^*) &= \int_0^{x^*} \left(P(\tilde{x}) - p^*\right) d\tilde{x} \quad = \int_0^{x^*} P(\tilde{x})d\tilde{x} - p^* \cdot x^* \\ &= \int_0^2 (21 - 0,5\tilde{x} - 20)\, d\tilde{x} = \int_0^2 (1 - 0,5\tilde{x})\, d\tilde{x} \\ &= \left[x - \frac{x^2}{4}\right]_0^2 = \left[2 - \frac{2^2}{4}\right] - 0 = 1 \end{aligned}$$

Alternativ

$$KR(p^*) = \frac{1}{2} \cdot (\hat{p} - p^*) \cdot x^* = \frac{1}{2} \cdot (21 - 20) \cdot 2 = 1$$

3 Punkte

iv. Produzentenrente im Marktgleichgewicht $PR(p^*)$.

Wegen $x = S(p) = \frac{p}{10}$ und $p = MC(x)$ sind die Grenzkosten $MC(x) = 10x$.

$$\begin{aligned} PR(p^*) &= p^* \cdot x^* - \int_0^{x^*} MC(x)dx = \int_0^{x(p^*)} \left(p^* - MC(x)\right) dx \\ &= 20 \cdot 2 - \int_0^2 10x dx = 40 - \left[5 \cdot x^2\right]_0^2 = 20 \end{aligned}$$

Alternativ

$$PR(p^*) = \int_0^{p^*} S(p)dp = \int_0^{20} \frac{p}{10}dp = \left[\frac{p^2}{20}\right]_0^{20} = 20$$

Alternativ über den Gewinn (ohne Fixkosten!)

$$PR(p^*) = \pi(p^*) = p^* \cdot x^* - C(x^*) = p^* \cdot x^* - 5 \cdot x^{*2} = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 20$$

Alternativ über die Dreiecksformel:

$$PR(p^*) = \frac{p^* \cdot x^*}{2} = \frac{20 \cdot 2}{2} = 20$$

3 Punkte

v. Soziale Wohlfahrt (Sozialer Überschuss) im Marktgleichgewicht $W(p^*)$.

$$W(p^*) = KR(p^*) + PR(p^*) = 1 + 20 = 21$$

Alternativ

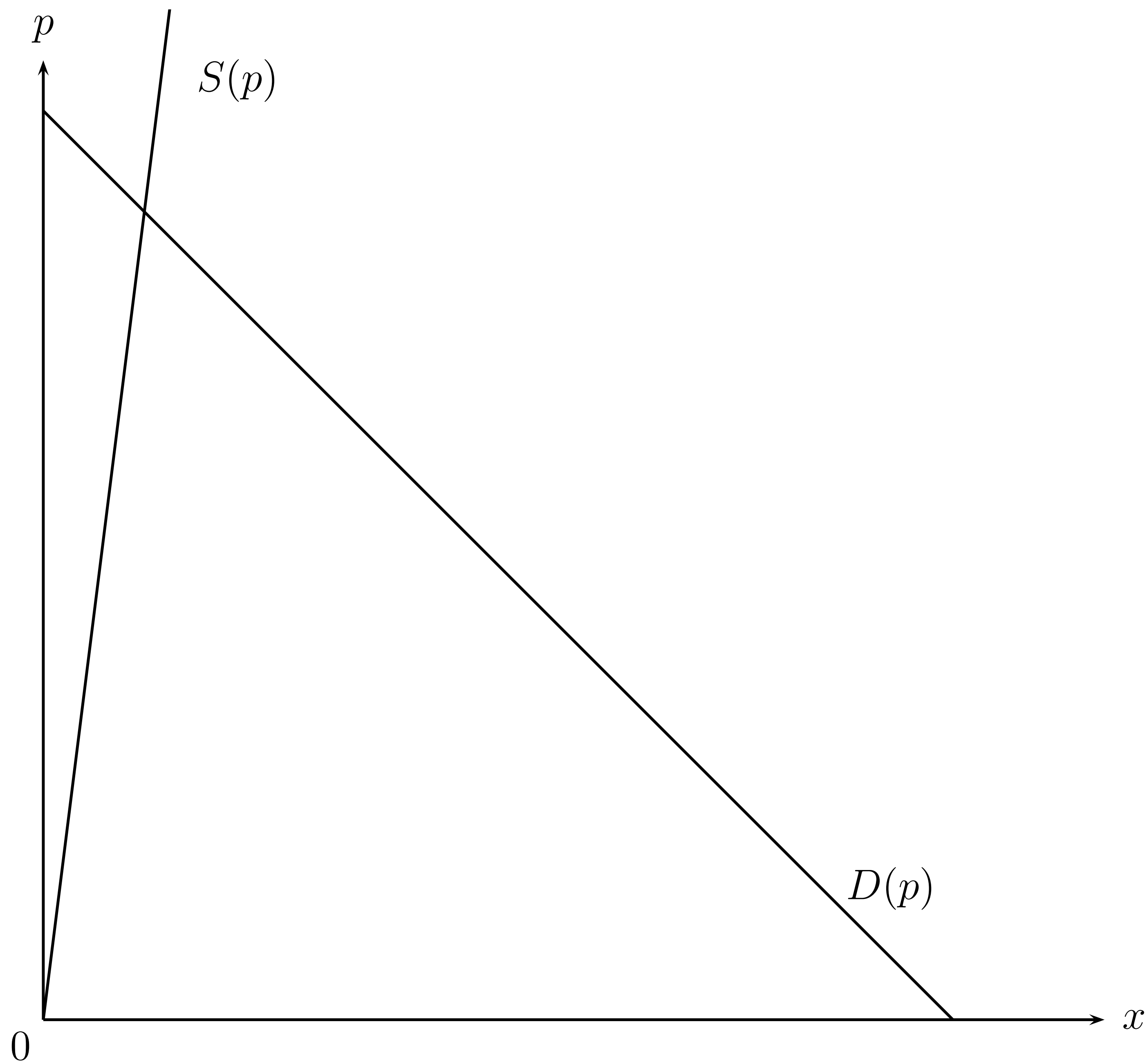
$$\begin{aligned} W(p^*) &= \int_0^{x^*} P(\tilde{x}) d\tilde{x} - C(x^*) = \int_0^2 (21 - 0,5\tilde{x}) d\tilde{x} - \int_0^2 10 \cdot \tilde{x} d\tilde{x} \\ &= \int_0^2 (21 - 10,5 \cdot \tilde{x}) d\tilde{x} = \left[21x - \frac{21}{4} \cdot x^2 \right]_0^2 \\ &= \left[21 \cdot 2 - \frac{21}{4} \cdot 2^2 \right] - 0 = 21 \end{aligned}$$

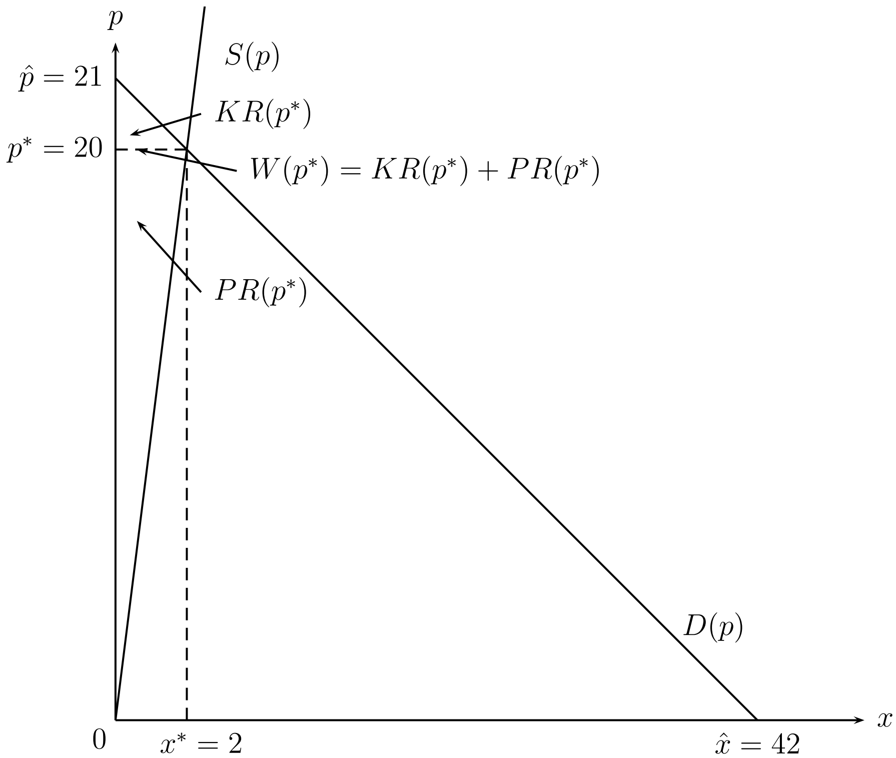
Alternativ

$$W(p^*) = \frac{1}{2} \cdot \hat{p} \cdot x^* = \frac{1}{2} \cdot (21 - 0) \cdot 2 = 21$$

2 Punkte

3. Stellen Sie die berechneten Größen aus Aufgabe II.1 und II.2 in der folgenden Grafik dar! (5 Punkte)





Aufgabe III [Unternehmenstheorie] *(18%)*

Ein Unternehmen bietet sein Produkt zum Marktpreis p auf einem Wettbewerbsmarkt (vollkommene Konkurrenz) an. Die Technologie ist beschrieben durch die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2)$, wobei x_1 und x_2 die Einsatzmengen zweier variabler Inputfaktoren darstellen und y die Outputmenge bezeichnet. Die Marktpreise der beiden Inputs sind mit w_1 und w_2 gegeben. Es entstehen keine Fixkosten.

1. Stellen Sie formal das Kostenminimierungsproblem des Unternehmens auf. (2 Punkte)

$$\min_{x_1,x_2} \; w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2, \quad \text{u.d.NB.: } y = f(x_1, x_2)$$

2 Punkte

2. Zeigen Sie mittels des Lagrange-Verfahrens, dass für die Technologie $y = f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{3}{4}}$ die bedingte Faktornachfrage nach x_1 und x_2 wie folgt lauten:

$$x_1^* = y \cdot \left(\frac{w_2}{3w_1}\right)^{\frac{3}{4}}$$
$$x_2^* = y \cdot \left(\frac{3w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

(7 Punkte)

Lagrange:

$$L = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \lambda(y - x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{3}{4}})$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = w_1 - \lambda \frac{1}{4} \cdot x_1^{-\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{3}{4}} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = w_2 - \lambda \frac{3}{4} \cdot x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{-\frac{1}{4}} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{3}{4}} = 0$$

$$\rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \frac{\lambda \frac{1}{4} \cdot x_1^{-\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{3}{4}}}{\lambda \frac{3}{4} \cdot x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{-\frac{1}{4}}}$$
$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{x_2}{3x_1}$$
$$\leftrightarrow x_2^* = \frac{w_1 \cdot 3x_1}{w_2} \quad \text{oder} \quad x_1^* = \frac{w_2 \cdot x_2}{3w_1}$$

Einsetzen in $y = x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{3}{4}}$ und auflösen nach x_1^*:

$$y = (x_1^*)^{\frac{1}{4}} \cdot (\frac{w_1 \cdot 3x_1^*}{w_2})^{\frac{3}{4}} = x_1^* \cdot (\frac{3w_1}{w_2})^{\frac{3}{4}}$$
$$x_1^* = y \cdot (\frac{w_2}{3w_1})^{\frac{3}{4}}$$

$$x_2^* = \frac{w_1 \cdot 3\left(y \cdot (\frac{w_2}{3w_1})^{\frac{3}{4}}\right)}{w_2} = y \cdot \frac{w_2^{\frac{3}{4}} \cdot w_1^{\frac{4}{4}} \cdot 3^{\frac{4}{4}}}{3^{\frac{3}{4}} \cdot w_1^{\frac{3}{4}} \cdot w_2^{\frac{4}{4}}} = y \cdot \left(\frac{3w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

7 Punkte

3. Leiten Sie mit Hilfe der bedingten Faktornachfrage die Kostenfunktion $C(y)$ des Unternehmens her. Gehen Sie dabei davon aus, dass $w_1 = 16$ und $w_2 = 3$ ist. (3 Punkte)

$$C(y, w_1, w_2, F) = w_1 \cdot x_1^* + w_2 \cdot x_2^* = w_1 \left(y \cdot \left(\frac{w_2}{3w_1} \right)^{\frac{3}{4}} \right) + w_2 \left(y \cdot \left(\frac{3w_1}{w_2} \right)^{\frac{1}{4}} \right)$$

einsetzen von $w_1 = 16$, $w_2 = 3$:

$$C(y, 16, 3) = 16 \left(y \cdot \left(\frac{3}{3 \cdot 16} \right)^{\frac{3}{4}} \right) + 3 \left(y \cdot \left(\frac{3 \cdot 16}{3} \right)^{\frac{1}{4}} \right) = 8y$$

3 Punkte

Betrachten Sie ab jetzt ein Unternehmen mit der Kostenfunktion $C(y) = 5y^2 + 8$.

4. Berechnen Sie die Grenzkosten (MC) und die Durchschnittskosten (AC) des Unternehmens. (2 Punkte)

$$MC : C'(y) = 10y$$
$$AC : \frac{C(y)}{y} = 5y + \frac{8}{y}$$

2 Punkte

5. Leiten Sie die Angebotsfunktion $S(p)$ des Unternehmens her. (4 Punkte)

$$\max_y \pi = py - C(y) = py - 5 \cdot y^2 - 8$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - 10y = 0 \iff y = \frac{p}{10}$$
$$\Rightarrow \boxed{S(p) = \frac{p}{10}}$$

4 Punkte

Aufgabe IV [Slutsky-Zerlegung] *(17%)*

Die nutzenmaximierende Nachfrage eines Haushalts nach den Gütern 1 und 2 in Abhängigkeit des Einkommens m und der Güterpreise p_1 und p_2 sei $x_1(p_1, m) = \frac{2m}{3p_1}$ und $x_2(p_2, m) = \frac{m}{3p_2}$. Nehmen Sie zunächst an, dass $m = 900$, $p_1 = 2$ und $p_2 = 1$ gilt.

1. Berechnen Sie die Nachfrage des Haushalts nach Gut 1 und 2 für die gegebenen Werte. (2 Punkte)

$$x_1^A = x_1(2, 900) = \frac{2 \cdot 900}{3 \cdot 2} = 300$$
$$x_2^A = x_2(1, 900) = \frac{900}{3 \cdot 1} = 300$$

2 Punkte

2. Es wird eine Mengensteuer auf Gut 1 in Höhe von $t = 1$ eingeführt. Die anderen Werte bleiben unverändert. Wie hoch müsste das Einkommen m' beim Preis $p_1' = p_1 + t$ sein, damit sich der Haushalt das in Aufgabe IV.1 berechnete (alte) Haushaltsoptimum leisten kann? Wie hoch ist die Einkommenskompensation Δm nach Slutsky? (3 Punkte)

benötigtes Einkommen nach Preiserhöhung:

$p_1' = p_1 + t$
$m' = p_1' \cdot x_1^A + p_2 \cdot x_2^A = (p_1 + t) \cdot x_1^A + p_2 \cdot x_2^A = (2 + 1) \cdot 300 + 1 \cdot 300 = 1.200$

Slutsky-Kompensation beträgt also:

$\Delta m = m' - m = 1.200 - 900 = 300$

äquivalente Berechnung Slutsky-Kompensation:

$\Delta m = \Delta p_1 \cdot x_1^A = (p_1' - p_1) \cdot x_1^A = 1 \cdot 300 = 300$
daraus folgt: $m' = m + \Delta m = 900 + 300 = 1.200$

3 Punkte

3. Berechnen Sie die Nachfrage des Haushalts nach Gut 1 für den neuen Preis p_1' und beim kompensierten Einkommen m'. Wie groß ist der Substitutionseffekt bei Gut 1? (4 Punkte)

$$x_1^B = x_1(3, 1200) = \frac{2 \cdot 1.200}{3 \cdot 3} = \frac{800}{3} (= 266,66666)$$

$$\text{SE Gut 1:} \quad \Delta x_1^s = x_1^B - x_1^A = \frac{800}{3} - 300 = -\frac{100}{3} = -33,33$$

4 Punkte

4. Berechnen Sie die Nachfrage nach Gut 1 für den Preis p_1' beim Einkommen m sowie den Einkommenseffekt bei Gut 1. (4 Punkte)

$$x_1^C = x_1(3, 900) = \frac{2 \cdot 900}{3 \cdot 3} = 200$$

$$\text{EE Gut 1:} \quad \Delta x_1^e = x_1^C - x_1^B = 200 - \frac{800}{3} = -\frac{200}{3} = -66,6666$$

4 Punkte

5. Bestimmen Sie anhand Ihrer Ergebnisse, ob es sich bei Gut 1 um ein gewöhnliches, normales, inferiores und/oder Giffen-Gut handelt. Beachten Sie, dass mehrere Güterarten zutreffen können. Begründen Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)

Normales Gut, da kleineres Einkommen bei gleichen Preisen zu geringerer Nachfrage führt.
$x_1^C < x_1^B \iff$ EE von Gut 1 < 0

Gewöhnliches Gut, da Nachfrage nach Preiserhöhung (m konstant) zurückgeht.
$\Delta x_1^s + \Delta x_1^e < 0 \iff$ GE von Gut 1 < 0

oder: gewöhliches Gut, da es sich um ein normales Gut handelt und jedes normale Gut auch gewöhnlich sein muss.

4 Punkte

Aufgabe V [Haushaltsoptimum] *(20%)*

Nehmen Sie einen Haushalt mit der Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ an, wobei x_1 und x_2 die Konsummengen der Güter 1 und 2 darstellen. Der Preis für Gut 1 ist $p_1 > 1$, der Preis für Gut 2 ist normiert auf $p_2 = 1$ (Gut 2 ist also das Numeraire Gut).

1. Welche Art von Präferenzen liegen für diesen Haushalt vor? (2 Punkte)

Quasilineare Präferenzen 2 Punkte

2. Stellen Sie das Nutzenmaximierungsproblem des Haushalts formal auf und zeigen Sie, dass es sich vereinfacht wie folgt darstellen lässt: $\max_{x_1} v(x_1) + m - p_1 x_1$ (3 Punkte)

$$\max_{x_1,x_2} u(x_1, x_2) \qquad \text{u.d.NB } m = p_1 x_1 + p_2 x_2$$
$$\max_{x_1,x_2} v(x_1) + x_2 \qquad \text{u.d.NB } x_2 = m - p_1 x_1$$
$$\max_{x_1} v(x_1) + m - p_1 x_1$$

3 Punkte

Nehmen Sie ab jetzt an, dass $v(x_1) = 2 \cdot (x_1)^{\frac{1}{2}}$ ist. Somit ist die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = 2 \cdot (x_1)^{\frac{1}{2}} + x_2$.

3. Zeigen sie, dass die optimale Nachfrage nach Gut 1 als $x_1^* = \frac{1}{p_1^2}$ berechnet werden kann, wenn man davon ausgeht, dass auch von Gut 2 eine positive Menge konsumiert wird. (2 Punkte)

$$\max_{x_1} 2 \cdot (x_1)^{\frac{1}{2}} + m - p_1 x_1$$
$$x_1^{-\frac{1}{2}} - p_1 \stackrel{!}{=} 0 \iff x_1^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{p_1} \iff x_1^* = \frac{1}{p_1^2}$$

2 Punkte

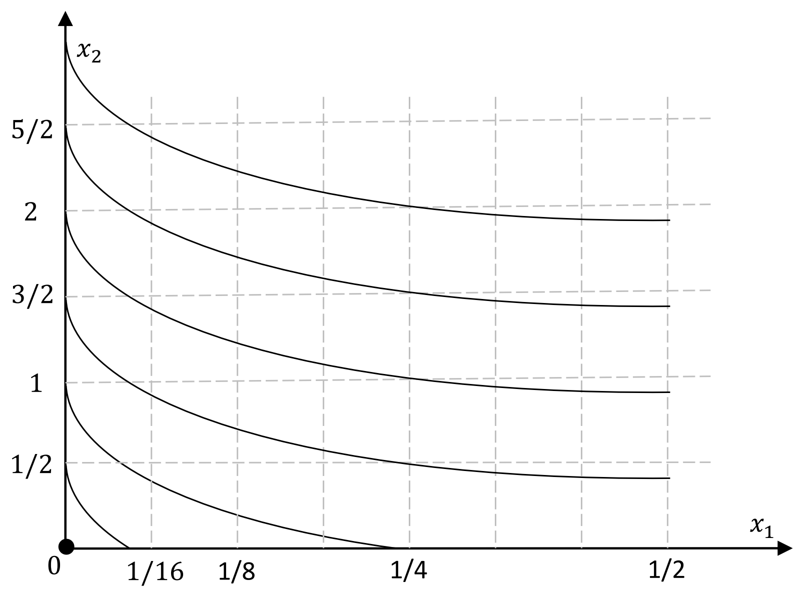
4. Welche Bedingung für das Einkommen m muss erfüllt sein, damit der Haushalt tatsächlich eine positive Menge für Gut 2 nachfragt. Wie lautet die optimale Nachfrage (x_1^*, x_2^*) falls diese Bedingung **nicht** erfüllt ist? (4 Punkte)

Ausgaben für Gut 1: $x_1^* \cdot p_1 = \frac{1}{p_1^2} \cdot p_1 = \frac{1}{p_1} \Rightarrow$ Es muss gelten: $m > \frac{1}{p_1}$

Falls $m \leq \frac{1}{p_1}: \quad \Rightarrow \quad (x_1^*, x_2^*) = (\frac{m}{p_1}, 0)$

4 Punkte

5. Nehmen Sie ab jetzt $p_1 = 2$ an. Skizzieren Sie in der Abbildung unterhalb dieses Aufgabenteils den Einkommensexpansionspfad des Haushaltes. (2 Punkte)

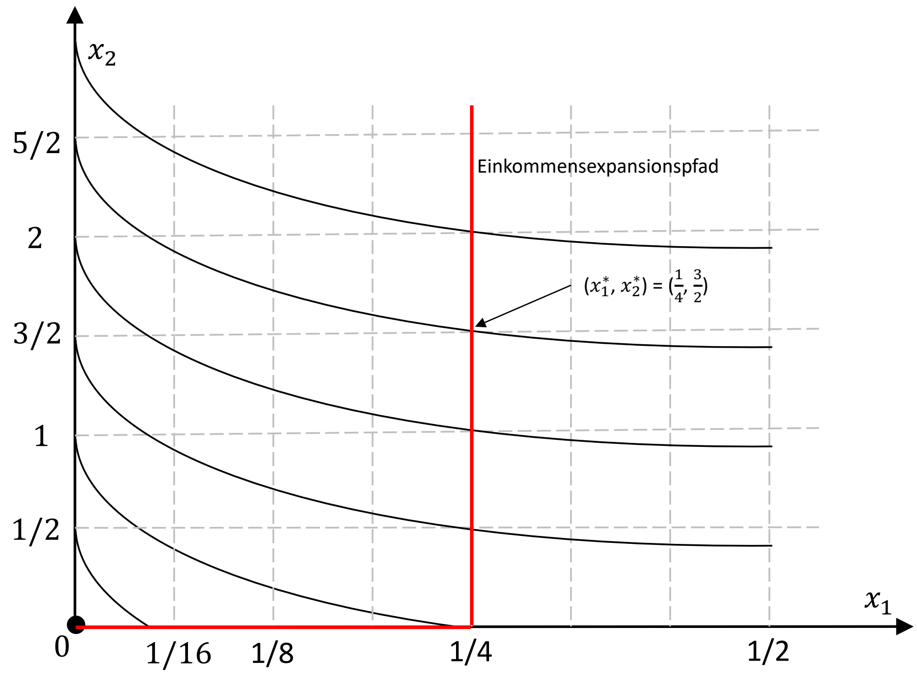


6. Nehmen Sie ab jetzt an, die Höhe des Einkommens beträgt $m = 2$. Weiterhin gilt $p_1 = 2$. Bestimmen Sie das optimale Güterbündel (x_1^*, x_2^*) und zeichnen Sie es in die Abbildung oberhalb dieses Aufgabenteils ein. (3 Punkte)

$$x_1^* = \frac{1}{p_1^2} = \frac{1}{4}$$

$$x_2^* = m - p_1 x_1^* = 2 - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$$

3 Punkte



7. Berechnen Sie die Preiselastizität der Nachfrage für $x_1^* = \dfrac{1}{p_1^2}$. Ist die Nachfrage elastisch oder unelastisch? (4 Punkte)

$$\epsilon(p) = \frac{\frac{\mathrm{d}x_1}{x_1}}{\frac{\mathrm{d}p_1}{p_1}} = \frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1} = -2\frac{1}{p_1^3} \cdot \frac{p_1}{p_1^{-2}} = -2$$

Die Nachfrage ist elastisch. 4 Punkte