Aufgabe 1 Tauschökonomie

Teil 1

a. Die Allokation ist Pareto-effizient wenn

$$MRS_A = MRS_B.$$

Es gilt

$$MRS_A = -\frac{\frac{1}{4} x_{A_1}^{-3/4} x_{A_2}^{3/4}}{\frac{3}{4} x_{A_1}^{1/4} x_{A_2}^{-1/4}} = -\frac{1}{3} \frac{x_{A_2}}{x_{A_1}}$$

und $$MRS_B = -\frac{\frac{4}{9} x_{B_1}^{-\frac{5}{9}} x_{B_2}^{\frac{5}{9}}}{\frac{5}{9} x_{B_1}^{4/9} x_{B_2}^{-\frac{4}{9}}} = -\frac{4}{5} \frac{x_{B_2}}{x_{B_1}}.$$

Es gilt für die gegeben Güterbündel, dass

$$MRS_A\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{4}{3}\right) = \cancel{-\frac{1}{3} \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = -\frac{1}{8}} = -\frac{1}{3} \frac{4}{3} \cdot 2 = -\frac{8}{9}$$

und $$MRS_B\left(\tfrac{3}{2}, \tfrac{5}{3}\right) = -\frac{4}{5} \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{8}{9}.$$

Und daher gilt die Allokation ist Pareto-effizient.

Außerdem ist sie durchführbar, da

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \text{ und } \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = 3.$$

Insbesondere verbessert sich für A und B der Nutzen, da dieser vorher 0 war.

1 b) Die Allokation ist nicht durchführbar, da

$$\cancel{x_{A_1} + x_{A_2} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 2}$$

$$x_{A_1} + x_{A_2} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3 \neq 2 + 0 = \omega_{A_1} + \omega_{A_2}.$$

Teil 2

a. Ich berechne die Nachfragen nach Gut 2.

Es gilt

$$m_A = 4 \cdot 0 + 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{und } m_B = 3 \cdot 4 + 1 \cdot 4 = 16 = 16.$$

$$\Rightarrow x^*_{A_2} = \frac{12}{2 \cdot 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\text{und } x^*_{B_2} = \cancel{\frac{12}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.} \; \frac{16}{5 \cdot 4} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}.$$

$\Rightarrow$ Nettonachfrage:

$$e_2^A = x^*_{A_2} - \omega_{A_2} = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$$

$$\text{und } e_2^B = x^*_{B_2} - \omega_{B_2} = \frac{4}{5} - 1 = -\frac{1}{5} = -\frac{1}{5}.$$

Beide Konsumenten sind Nettoverkäufer von Gut 2, da sie weniger nachfragen, als sie haben.

Teil 2

b. Im Konk.-gleichgewicht gilt

$$x_{A_1}^* + x_{B_1}^* = \omega_{A_1} + \omega_{B_1}$$

und $x_{A_2}^* + x_{B_2}^* = \omega_{A_2} + \omega_{B_2}$

$$\Rightarrow \text{(i)} \quad \frac{m^A}{2p_1} + \frac{4m^B}{5p_1} = 0 + 3$$

$$\text{(ii)} \quad \frac{m^A}{2p_2} + \frac{m^B}{5p_2} = 4$$

$\Rightarrow$ mit $m^A = 3p_2$ und $m^B = 3p_1 + p_2$ folgt

(ii) nicht weiter betrachten

$$\text{(i)} \quad \frac{3p_2}{2p_1} + \frac{4 \cdot (3p_1 + p_2)}{5p_1} = 3$$

$(\cdot p_1)$

$$\Rightarrow \cancel{15 p_1 p_2 + 12 \cdot 2 \cdot p_1^2 +}$$

$$\frac{3}{2} p_2 + \frac{12}{5} p_1 + \frac{4}{5} p_2 = 3p_1$$

$$\Rightarrow \frac{23}{10} p_2 = \frac{3}{5} p_1$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{23} = \cancel{\frac{30}{80}} \frac{6}{23}.$$

c. Dieser Effekt führt zu keiner Änderung, da auch das Budget dadurch halbiert wird (Erstausstattung), daher der Faktor $\frac{1}{2}$ spielt keine Rolle.

3

Block 2 HH-Theorie

Teil 1

a. Ich berechne mithilfe der Tangentialbed., es gilt

$$MRS = -\frac{\frac{x_2^2}{2}}{\frac{2x_1x_2}{2}} = -\frac{x_2^2}{2x_1x_2} = -\frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1}.$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

$$\Rightarrow x_2 = 2\frac{p_1}{p_2}x_1.$$

Es gilt $m = p_1x_1 + p_2x_2$, einsetzen von x_2 liefert

$$m = p_1x_1 + p_2 \cdot 2\frac{p_1}{p_2}x_1$$

$$= p_1x_1 + 2p_1x_1$$

$$= 3p_1x_1$$

$$\Rightarrow x_1^* = \frac{m}{3p_1}.$$

$$\Rightarrow x_2^* = 2\frac{p_1}{p_2}\frac{m}{3p_1} = \frac{2m}{3p_2}.$$

b. ~~Die~~ Es gilt

$$x_1^* = \frac{6}{3\cdot 2} = 1 \quad \text{und} \quad x_2^* = \frac{2}{3}\frac{6}{2} = 2$$

ist das Haushaltsoptimum.

c. Da $x_2^* = \frac{2}{3}\cdot m \cdot \frac{1}{p_2}$ gilt ~~gibt~~ ist das

Einkommen welches er ausgibt $p_2 \cdot x_2^* = \frac{2}{3}m$.

d. Da $p_2 \cdot x_2^* = \frac{m}{3}$ die Ausgaben für Gut 2 sind, sind diese unabhängig von p_1 und bleiben daher unverändert bei einer ~~Halbier~~ Halbierung von p_1.

Teil 2

a. Es gilt für die Elastizität

$$\varepsilon = \frac{p}{x} \frac{dx(p)}{dp} = \frac{p}{x} \cdot \left(-\frac{2}{3}p\right)$$

$$= -\frac{2}{3} \frac{p^2}{x}.$$

Damit für $p = 2$

$$\Rightarrow \varepsilon = -\frac{2}{3} \frac{2^2}{x(2)} = -\frac{2}{3} \frac{4}{3 - \frac{4}{3}}$$

$$= -\frac{2}{3} \frac{4}{\frac{5}{3}}$$

$$= -\frac{2}{3} \frac{12}{5} = -\frac{8}{5} < -1.$$

Daher ist die Elastizität ist elastisch.

b. Es gilt $0 = 3 - \frac{p^2}{3} \Leftrightarrow p^2 = 9$
$\Leftrightarrow p = 3.$

~~Daher p = 3 ist der Prohib~~

Dann gilt für die KR

$$KR(2) = \int_2^3 x(p)\, dp = \int_2^3 3 - \frac{p^2}{3}\, dp = \left[3p - \frac{p^3}{9}\right]_2^3$$

$$\cancel{= 9 - 3 - 6 + \frac{8}{9} = \frac{8}{9}}$$

5

$= 3 \cdot 3 - \frac{3^3}{9} - 3 \cdot 2 + \frac{2^3}{9}$

$= 9 - 3 - 6 + \frac{8}{9} = \frac{8}{9}.$

$\Rightarrow KR(2) = \frac{8}{9}.$

($\bar{p} = 3$ berechnet, da für $p > 3$ keine weitere Nachfrage besteht).

Aufgabe Marktanalyse

a. Es gilt

$$D(p) = D_A(p) + D_D(p)$$

$$= \begin{cases} 3-3p + 1-p, & 1 \geq p \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4-4p & 1 \geq p \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Es gilt für die Gewinnfunktion der Unternehmen

$$\Pi(q) = p \cdot q - c(q)$$

$$\Rightarrow \Pi'(q) = p - Mc(q).$$

Die Ableitung muss ~~~~ gleich Null sein, da wir das Max. des Gewinns betrachten.

$$\Rightarrow p = Mc(q) = q.$$

$$\Rightarrow S_i(p) = p$$

Und daher

$$S(p) = \sum_{i=1}^{4} S_i(p) = 4p$$

b) Im Marktgleichgewicht gilt $S(p) = D(p)$

$\Rightarrow$ für $p \in [0,1]$

$$4 - 4p = 4p$$

$$\Rightarrow 4 = 8p$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{2}.$$

Und es folgt

$$D(\tfrac{1}{2}) = 2 = y$$

Daher gilt $p^* = \frac{1}{2}$ und $y^* = 2$.

Für $p \notin [0,1]$ gilt

$$0 = 4p \Rightarrow p^* = 0 \wedge y^* = 0.$$

c) In diesem Fall gilt

$$D(p) = D_A(p) + D_B(p) + D_C(p)$$

$$= \begin{cases} 4 & \text{für } 2 \geq p > 1 \\ 4 - 4p + 4 & \text{für } 1 \geq p \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4 & \text{für } 2 \geq p > 1 \\ 8 - 4p & \text{für } 1 \geq p \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Teil 2

a. Im Gleichgewicht gilt

$$D(p) = S(p) \Leftrightarrow \frac{1}{p} = \frac{p}{4} \Leftrightarrow p^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow p^* = 2 \Rightarrow y^* = \frac{1}{2}.$$

Durch den Eingriff des Staates wird der Preis gesenkt.

Es gilt für die PR im Gleichgewicht, dass

$$PR(2) = \int_0^2 S(p)\, dp = \int_0^2 \frac{p}{4}\, dp$$

$$= \left[\frac{p^2}{8}\right]_0^2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Für $\bar{p} = 1$ gilt

$$PR(1) = \int_0^1 S(p)\, dp = \int_0^1 \frac{p}{4}\, dp$$

$$= \left[\frac{p^2}{8}\right] = \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \cancel{\Delta PR = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} =}$$

$$\Delta PR = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}.$$

Da die PR sinkt um $3/8$.

b. Für $\bar{p} = 3$ ist der Markt nicht im Gleichgewicht, das heißt die PR und die KR geht zurück. Es besteht ein Angebotsüberschuss, da $D(3) = \frac{1}{3}$ und $S(3) = \frac{3}{4}$, also ein Überschuss von $\frac{5}{12}$.

Im Marktgleichgewicht ist die soziale Wohlfahrt maximiert, daher wird durch eine Veränderung des Preises, die soziale Wohlfahrt geringer.

Unternehmenstheorie

Teil 1

a) Es gilt

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2) = \lambda^{\frac{4}{5}+\frac{1}{4}} x_1^{4/5} x_2^{1/4}$$

$$= \lambda^{21/20} f(x_1, x_2).$$

Also ist f homogen vom Grad $k = \frac{21}{20} > 1$ und daher weist sie steigende SE auf.

b) Es gilt

$$TRS = -\frac{MP_1}{MP_2} = -\frac{\frac{4}{5} x_1^{-1/5} x_2^{1/4}}{\frac{1}{4} x_1^{4/5} x_2^{-3/4}}$$

$$= -\frac{4}{5} \cdot 4 \frac{x_2}{x_1} = -\frac{16}{5} \frac{x_2}{x_1} \neq \frac{4 x_2}{15 x_1}.$$

Teil 2

a) Um eine Einheit y zu produzieren benötigt man $3 \cdot x_1$ und $\frac{1}{4} \cdot x_2$, daher gilt

$$C(y) = 2 \cdot 3 \cdot \cancel{x_1}\, y + y \cdot \frac{1}{4} \cancel{x_2}\, y = 6y + \frac{y}{4} y$$

$$\cancel{= 6 x_1 + \frac{y}{4} x_2.} \qquad = \frac{33}{4} y$$

Dies ist auch optimal, denn wird von eine Gut mehr gekauft, so ist dies eine Verschwendung.

b) Für $y=6$ ~~wird~~ muss gelten

$$6 = \frac{1}{3} x_1 \quad \wedge \quad 6 = 4 x_2$$

$$\Rightarrow 18 = x_1 \quad \wedge \quad \frac{6}{4} x_2$$

Daher gilt $(x_1^*, x_2^*) = \left(18, \frac{6}{4}\right)$.

Teil 3

a) Es gilt ~~$M(y)$~~ $MC(y) = \frac{\partial c_v(y)}{\partial y}$

$$\Rightarrow C_v(y) = \int_0^y MC(z)\, dz.$$

$$= \int_0^y 4 z^3 \, dz$$

$$= \left[z^4 \right]_0^y$$

$$= y^4.$$

Damit folgt

$$C(y) = C_v(y) + F = y^4 + 4$$

und $AC(y) = \frac{C(y)}{y} = y^3 + \frac{4}{y}$.

b) Es gilt für die Gewinnfunktion

$$\Pi(y) = 6 \cdot y - C(y) = \begin{cases} 6y - y^2 - 10 & y > 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$$

Es gilt nun für die opt. Bed 1 für $y > 0$

$$\Pi'(y) = 6 - 2y \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow 2y = 6 \Leftrightarrow y = 3.$$

~~Die opt. Menge~~

11

Es gilt aber

$$\Pi(3) = 6 \cdot 3 - 3^2 - 10 = 18 - 9 - 10$$

$$= -1 < 0 = \Pi(0).$$

Daher bietet das Unternehmen nichts an bzw. $y^* = 0$.