Klausur vom 05.04.2017

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name:____________________________

Vorname:__________________________

Matrikelnummer: __________________

Vom Prüfer auszufüllen:
Punkte:
Note:
Credits:

Vom Prüfer auszufüllen:	
Aufg.1:	/ 25
Aufg.2:	/ 25
Aufg.3:	/ 23
Aufg.4:	/ 27

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung ☐

Diplom-Prüfungsordnung ☐

Fachsemester: ____

Studiengang: _________________ Unterschrift: _____________________________________

Klausurdauer: 90 Minuten

Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner, Wörterbuch
- Die Klausur besteht aus 12 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 4 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!** Es sei denn, Sie geben einen **deutlichen Hinweis im Lösungsfeld** auf einen alternativen Ort!
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Aufgabe I [Multiple Choice] *(25%)*

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		R	**F**
1.	Der Einkommensexpansionspfad stellt die Nachfrage nach einem Gut bei variierenden Einkommen und konstanten Preisen dar.		X
2.	Präferenzen bezüglich perfekter Komplemente im Verhältnis 1:1 lassen sich durch eine Leontief-Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = min\{x_1, x_2\}$ abbilden.	X	
3.	Gibt es keine Fixkosten, dann entsprechen die Grenzkosten den Durchschnittskosten.		X
4.	Ein allgemeines Gleichgewicht liegt vor, wenn die Preise so hoch sind, dass mindestens ein Gütermarkt geräumt ist.		x
5.	Mit Hilfe einer Nutzenfunktion ist es möglich, ordinale Präferenzen in ein kardinales Maß umzuwandeln.		X
6.	Wenn Einkommens- und Substitutionseffekt in die entgegengesetzte Richtung wirken, dann handelt es sich um ein Giffen-Gut.		X
7.	Das Axiome „Vollständigkeit “ der Konsumentenpräferenzen besagt, dass jedes Paar von Alternativen (Güterbündel) verglichen werden kann.	X	
8.	Die Schar der Indifferenzkurven quasi-linearer Präferenzen sind in Richtung des linear in die Nutzenfunktion eingehenden Gutes parallel verschobene Kurven.	X	
9.	Indifferenzkurven müssen immer konvex und monoton sein.		X
10.	Die Isokostengrade ist abhängig von den Input- und Outputpreisen.		X

Aufgabe II [Unternehmenstheorie/ Monopol] *(25%)*

Die Technologie eines Unternehmens ist beschrieben durch die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, wobei x_1 und x_2 die Einsatzmengen zweier Inputfaktoren darstellen, deren Marktpreise mit w_1 und w_2 gegeben sind.

1. Prüfen Sie rechnerisch, ob das Unternehmen zu steigenden, konstanten oder fallenden Skalenerträgen produziert. Hinweis: Bestimmen Sie dazu den Grad der Homogenität der Produktionsfunktion und interpretieren Sie ihre Ergebnisse! (4 Punkte)

$$f(\lambda \cdot x_1, \lambda \cdot x_2) = \lambda \cdot x_1 + \lambda \cdot 2x_2 = \lambda(x_1 + 2x_2) = \lambda^1 \cdot f(x_1, x2)$$

$\rightarrow$ Grad der Homogenität von 1

$\rightarrow$ konstante Skalenerträge

Eine Verdoppelung (oder andere Vervielfachung) beider Inputfaktoren führt zu einer Verdoppelung (oder andere Vervielfachung) der Outputmenge.

4 Punkte

2. Formulieren Sie das Kostenminimierungsproblem des Unternehmens. (2 Punkte)

$$\min_{x_1, x_2} \; w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2, \quad \text{u.d.NB.: } y = f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$$

2 Punkte

3. Bestimmen Sie die Kostenfunktion $C(y)$ des Unternehmens. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Preise der Inputfaktoren $w_1 = 2$ und $w_2 = 6$ sind. (5 Punkte)

Bei den beiden Inputfaktoren handelt es sich um perfekte Substitute. Diese sind in der Produktion austauschbar. Um die Kosten zu minimieren, wird der Faktor eingesetzt, der mehr Outputeinheiten je eingesetzter Geldeinheiten liefert. Somit muss das Verhältnis des ersten Inputfaktors ($\frac{x_1}{x_1 \cdot w_1}$) mit dem für den zweiten ($\frac{2x_2}{x_2 \cdot w_2}$) verglichen werden.
Mit eingesetzten Preisen ergibt sich $\frac{1}{2} > \frac{2}{6}$. Das Unternehmen wird dementsprechend nur den ersten Inputfaktor einsetzen.

$$y = x_1^* \quad \Longleftrightarrow \quad C(y) = w_1 \cdot x_1^* + w_2 \cdot 0 \quad \Longleftrightarrow \quad C(y) = 2y$$

alternativ:
Erkennen, dass Inputfaktoren perfekte Substitute sind und die Kostenfunktion in allgemeiner Form dementsprechend aufstellen und dann die Werte einsetzten:

$$\begin{aligned}
& C(y) = min\{w_1 \cdot \frac{y}{a}; w_2 \cdot \frac{y}{b}\} \\
\Longleftrightarrow \quad & C(y) = (min\{\frac{w_1}{a}; \frac{w_2}{b}\}) \cdot y \\
\Longleftrightarrow \quad & C(y) = (min\{w_1; \frac{w_2}{2}\}) \cdot y \\
\Longleftrightarrow \quad & C(y) = (min\{2; \frac{6}{2}\}) \cdot y \\
\Longleftrightarrow \quad & C(y) = 2y
\end{aligned}$$

alternativ:

Um eine Einheit y herzustellen, braucht man eine Einheit $x_1 = 2$ GE oder 0,5 Einheiten $x_2 = 3$ GE. $\rightarrow$ Produktion nur mit x_1

$$C(y) = 2y$$

5 Punkte

Nehmen Sie an, dass ein anderes Unternehmen die Kostenfunktion $C(y) = 6 \cdot y^2 + 10y + 5$ hat. Es bietet sein Produkt y zum Marktpreis p an. Die inverse Nachfragefunktion nach dem Gut sei durch $p(y) = 24 - y$ beschrieben.

4. Leiten Sie die Angebotsfunktion $S(p)$ des Unternehmens her, für den Fall, dass das Produkt auf einem Wettbewerbsmarkt (vollkommene Konkurrenz) verkauft wird. (4 Punkte)

$$\max_y \pi = py - C(y) = py - 6 \cdot y^2 - 10y - 5$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - 12y - 10 = 0 \iff y = \frac{p-10}{12}$$
$$\Rightarrow \boxed{S(p) = \frac{p-10}{12}}$$

4 Punkte

5. Wie viel Outputeinheiten würde das Unternehmen herstellen, wenn es ein Monopolist wäre? Berechnen Sie auch den zugehörigen Verkaufspreis! (5 Punkte)

$$\max_y \pi = p(y) \cdot y - C(y) = (24 - y) \cdot y - 6 \cdot y^2 - 10y - 5 = 14y - 7 \cdot y^2 - 5$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = 14 - 14y = 0$$

$$\Rightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow p(1) = 24 - 1 = 23$$

5 Punkte

6. Würde das Unternehmen unter vollständiger Konkurrenz (Teilaufgabe 4) bei dem Monopolpreis aus Aufgabe 5 weniger, mehr oder genauso viele Outputeinheiten produzieren wie der Monopolist? Begründen Sie Ihre Einschätzung! (5 Punkte)

Rechnung:

$$S(p = 23) = \frac{23 - 10}{12} = \frac{13}{12} > 1 (= \text{Monopolmenge})$$

alternativ:

$$p = 23 = MC$$

$$23 = 12y + 10$$

$$13 = 12y$$

$$y = \frac{13}{12} > 1 (= \text{Monopolmenge})$$

2 Punkte (Berechnung)

Begründung:

Der Monopolist wird immer eine geringere Menge produzieren, da er durch die Mengenverknappung einen höheren Preis erzielen kann. Er wird die Menge so lange reduzieren (Preis erhöhen), bis sein Gewinn maximal ist.
Er wird entsprechend immer im elastischen Bereich der Nachfrage produzieren. Der Preis liegt über den Grenzkosten.
Im Fall eines Polypols hat ein einzelnes Unternehmen nicht genug Marktmacht und kann den Preis nicht beeinflussen. Es wird somit immer zu Grenzkosten produzieren und wird dementsprechend eine höhere Menge an Outputgütern produzieren.

alternativ:
Da sich im Polypol mehrere Unternehmen die Nachfrage teilen, ist die Einzelnachfrage nach dem Gut eines Unternehmens geringer. Schon bei 2 Uhrenehmen wäre die Einzelnachfrage $\frac{y}{2} = \frac{\frac{13}{12}}{2} = \frac{13}{24} < 1$.
+ Begründung zur Preissetzung im Monopol und Polypol

alternativ: (Nachfrage von der ursprünglcihen Aufgabenstellung als unverändert angesehen)

Angenommen, dass der Monopolpreis nicht dem Marktpreis entspricht (Nachfrage ungleich Angebot) und die anderen Unternehmen ihren Preis entsprechend bei Nachfrage=Angebot gewählt haben, dann wird das betrachtete Unternehmen von den anderen Unternehmen unterboten. Die Konsumenten würden sich in diesem Fall immer für die Konkurrenz entscheiden und das Unternehmen würde **nichts** verkaufen können.
+ Preissetzung im Polypol und Monopol

3 Punkte (Begründung)

Aufgabe III [Haushaltstheorie] *(23%)*

Nehmen Sie einen Haushalt mit der Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$ an, wobei x_1 und x_2 die Konsummengen der Güter 1 und 2 darstellen. Die Preise der Güter sind gegeben und lauten p_1 und p_2.

1. Was versteht man unter der Hick'schen-Nachfrage? (2 Punkte)

   Die Hick'sche-Nachfrage ist die ausgabenminimierende Nachfrage nach einem Gut in Abhängigkeit der gegebenen Güterpreise und eines gegebenen Nutzenniveaus.

   2 Punkte

2. Berechnen Sie die Hick'sche-Nachfragefunktion für die Güter 1 und 2 mit Hilfe des Lagrangeverfahrens! (10 Punkte)

$$\min_{x_1,x_2} p_1x_1 + p_2x_2, \quad \text{NB: } \overline{u} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda(\overline{u} - \sqrt{x_1 \cdot x_2})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = p_1 - \lambda\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x_1}}\sqrt{x_2} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad p_1 = \lambda\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x_1}}\sqrt{x_2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = p_2 - \lambda\frac{1}{2}\sqrt{x_1}\frac{1}{\sqrt{x_2}} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad p_2 = \lambda\frac{1}{2}\sqrt{x_1}\frac{1}{\sqrt{x_2}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{u} - \sqrt{x_1 \cdot x_2} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \overline{u} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

$$\rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{x_2}{x_1} \quad \Longleftrightarrow \quad x_2 = \frac{p_1 \cdot x_1}{p_2}$$

$$\overline{u} = \sqrt{x_1 \cdot x_2} \quad \Longleftrightarrow \quad \overline{u} = \sqrt{x_1 \cdot \left(\frac{p_1 \cdot x_1}{p_2}\right)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \overline{u} = x_1 \cdot \sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \quad \Longleftrightarrow \quad x_1 = \overline{u} \cdot \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} =: x_1(p_1, p_2, \overline{u})$$

Einsetzen in $x_2 = x_1\frac{p_1}{p_2}$: $\quad x_2(p_1, p_2, \overline{u}) = \overline{u}\sqrt{\frac{p_1}{p_2}}$

$$x_1(p_1, p_2, \overline{u}) = \overline{u}\sqrt{\frac{p_2}{p_1}}$$

10 Punkte

3. Berechnen Sie die Ausgabenfunktion. Was gibt diese Funktion an? (4 Punkte)

Die Ausgabenfunktion gibt die minimalen Ausgaben an, die bei den gegebenen Preisen (p_1; p_2) nötig sind, um das Nutzenniveau $\overline{u}$ zu erreichen.

Einsetzen der Hick'schen Nachfragefunktionen in die Budgetgerade:

$$\begin{aligned} e &= p_1 \cdot x_1(p_1, p_2, \overline{u}) + p_2 \cdot x_2(p_1, p_2, \overline{u}) \\ &= p_1 \cdot \overline{u}\sqrt{\frac{p_2}{p_1}} + p_2 \cdot \overline{u}\sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \\ &= \overline{u}\sqrt{p_1 \cdot p_2} + \overline{u}\sqrt{p_1 \cdot p_2} \\ &= 2 \cdot \overline{u}\sqrt{p_1 \cdot p_2} =: e(p_1, p_2, \overline{u}) \end{aligned}$$

4 Punkte

4. Was versteht man unter Shephard's Lemma? Zeigen Sie, dass Shephard's Lemma im vorliegenden Fall gilt! (4 Punkte)

Shephard's Lemma: Die Hicks'sche Nachfrage nach einem Gut entspricht der Ableitung der Ausgabenfunktion nach dem zugehörigem Preis.

$$\frac{\partial e(\cdot)}{\partial p_1} = 2 \cdot \overline{u} \cdot p_2^{0,5} \cdot 0,5 \cdot p_1^{-0,5} = \overline{u}\sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = x_1^*(p_1, p_2, \overline{u})$$

$$\frac{\partial e(\cdot)}{\partial p_2} = 2 \cdot \overline{u} \cdot p_1^{0,5} \cdot 0,5 \cdot p_2^{-0,5} = \overline{u}\sqrt{\frac{p_1}{p_2}} = x_2^*(p_1, p_2, \overline{u})$$

4 Punkte

5. Nehmen Sie nun $p_1 = 4$ und $p_2 = 1$ an. Unterstellen Sie, dass der Haushalt bei diesen Preisen 500 Einheiten von Gut 1 verlangt. Bestimmen Sie das benötigte minimale Einkommen und das erreichte Nutzenniveau für die gegebenen Werte. (3 Punkte)

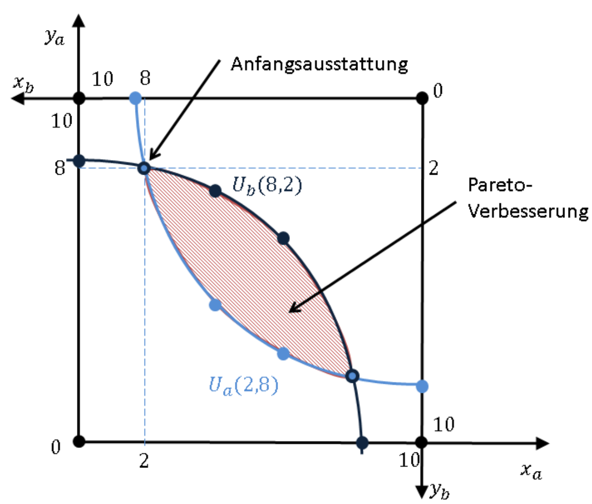
$$x_1(p_1, p_2, \overline{u}) = 500 = \overline{u} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \Longleftrightarrow \quad \overline{u}^a = 1000$$
$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = e(4, 1, 1000) = 2 \cdot \overline{u} \cdot \sqrt{p_1 \cdot p_2} = 2 \cdot 1000 \cdot \sqrt{1 \cdot 4} = 4000$$

3 Punkte

Aufgabe IV [Tauschwirtschaft] *(27%)*

In einer Tauschwirtschaft leben 2 Konsumenten a und b, deren Präferenzen durch die Nutzenfunktionen $U(x_i, y_i) = x_i \cdot y_i$ für $i \in \{a, b\}$ dargestellt werden können, wobei x_i und y_i die jeweiligen Konsummengen der beiden Güter X und Y darstellen. Die Gesamtausstattung der Ökonomie beträgt $(\omega_x, \omega_y) = (10, 10)$ und teilt sich zu $\omega_a = (2, 8)$ und $\omega_b = (8, 2)$ auf die beiden Konsumenten auf.

1. Zeichnen Sie die Situation in eine Edgeworth-Box. Zeichnen Sie auch die Anfangsausstattung und kennzeichnen Sie die Allokationen, die eine Pareto-Verbesserung im Vergleich zur Ausgangssituation darstellen. (5 Punkte)



5 Punkte

2. Leiten Sie die Grenzraten der Substitution für die beiden Konsumenten her. (2 Punkte)

Beide Individuen besitzen die gleiche Nutzenfunktion. Damit gilt:

$$MRS_i = -\frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial y_i}} = -\frac{y_i}{x_i}, \quad i = a, b$$

2 Punkte

3. Erklären Sie, was man unter einer Pareto-effizienten Allokation versteht. Welche Bedingung müssen die Grenzraten der Substitution der beiden Konsumenten für eine Pareto-effiziente Allokation erfüllen? Berechnen Sie die Menge alle Pareto-effizienten Allokationen (Kontraktkurve)! (6 Punkte)

Die Pareto-effizienten Allokationen sind alle Allokationen (x_a, y_a, x_b, y_b), bei denen keine Tauschgeschäfte zwischen den Individuen mehr möglich sind, die mindestens ein Individuum besser stellen ohne das andere schlechter zu stellen. Technisch müssen dazu die MRS übereinstimmen. Berechnung der Kontraktkurve (pareto-effiziente Allokationen in einem Güterraum):

$$MRS_a = MRS_b$$
$$\frac{y_a}{x_a} = \frac{y_b}{x_b} = \frac{\omega_y - y_a}{\omega_x - x_a}$$
$$y_a \cdot \omega_x = x_a \cdot \omega_y$$
$$y_a(x_a) = \frac{\omega_y}{\omega_x} \cdot x_a = x_a \quad \text{und } y_b = x_b$$
$$\text{mit } x_a, x_b, y_a, y_b \in [0; 10] \quad \text{und } x_a + x_b = 10 = y_a + y_b$$

6 Punkte

4. Nehmen Sie an, Konsument b habe die Möglichkeit, ein Tauschangebot zu offerieren. Konsument a lehnt dieses nur ab, wenn er sich bei Annahme schlechter stellt als mit seiner Anfangsausstattung ω_a. Argumentieren Sie, welches Angebot Konsument b wählen sollte, um seinen Nutzen zu maximieren. Vergleichen Sie die Nutzen mit der Ausgangssituation. (7 Punkte)

Es sind alle Allokationen Pareto-optimal bei denen unter Beachtung der Ressourcenbeschränkung: $x_a + x_b = 10 = y_a + y_b$ gilt: $x_a = y_a$ und $x_b = y_b$. Die Anfangsausstattung gibt Spieler a einen Nutzen von $U_a(2;8) = 2 \cdot 8 = 16$. b sollte also ein Angebot machen, das a gerade noch annimmt, also genau den Nutzen 16 ergibt. Das für b profitabelste Angebot ist genau die *Pareto-effiziente* Allokation, bei der a den Nutzen 16 erreicht, da sich b dann nicht mehr besser stellen kann, ohne a schlechter zu stellen. Das ist also die bestmögliche Allokation für b, gegeben dass a den Nutzen 16 erreicht. Pareto-Effizienz erfordert, dass $x_a = y_a$. Gleichzeitig soll der Nutzen des a gleich 16 sein, also $U_a(x_a, y_a) = \overline{u_a} = 16 = x_a \cdot y_a = x_a \cdot x_a = x_a^2$. Also $x_a = y_a = 4$. Dann bekommt b den Rest der Anfangsausstattungen, also $(x_b, y_b) = (6, 6)$ und erreicht einen Nutzen von $U_b(6;6) = 6 \cdot 6 = 36$. Vorher war bs Nutzen gleich $U_b(8;2) = 8 \cdot 2 = 16$, wie der von a. b erreicht somit einen höheren Nutzen.

Haushalt b wird also 2 Einheiten von x zum Tausch gegen 4 Einheiten von y Haushalt a anbieten. Und a wird dies akzeptieren, da er dadurch nicht schlechter gestellt wird.

7 Punkte

5. Was würde sich ändern, wenn Haushalt a das Angebot machen könnte und Haushalt b dieses nur annehmen oder ablehenen kann? (3 Punkte)

Haushalt a würde Haushalt b die gleiche Endallokation (Allokation nach dem Tausch) anbieten, wie b zuvor a angeboten hat. Haushalt a wird also 2 Einheiten von y zum Tausch gegen 4 Einheiten von x Haushalt b anbieten, sodass Haushalt b von jedem Gut 4 Einheiten hat und Haushalt a 6 Einheiten von jedem Gut erhält. Der Nutzen von Haushalt b würde somit konstant bei 16 Nutzeneinheiten bleiben und Haushalt a würde einen höheren Nutzen von 36 erreichen.

3 Punkte

6. Was versteht man unter dem 1. und 2. Hauptsatz der Wohlfahrtsökonomie? (4 Punkte)

Erster Hauptsatz: Jedes Preis-Gleichgewicht ist Pareto-optimal.

oder:

Die Allokation im allgemeinen Gleichgewicht ist eine Pareto-optimale Allokation der Anfangsausstattung.

Zweiter Hauptsatz: Jede Pareto-optimale Allokation kann durch entsprechende anfängliche Umverteilung über einen Markt dezentral realisiert werden.

oder:

Jede Pareto-optimale Allokation kann durch Umverteilung der Anfangsausstattungen als allgemeines Gleichgewicht implementiert werden.