Klausur AVWL 1

Klausurtermin: 25.07.2014

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Vom Prüfer auszufüllen:
Punkte:
Note:
Credits:

Vom Prüfer auszufüllen:	
Aufg.1:	/ 25
Aufg.2:	/ 18
Aufg.3:	/ 20
Aufg.4:	/ 21
Aufg.5:	/ 16

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung ☐
Diplom-Prüfungsordnung ☐

Studiengang: ____________________ Unterschrift: ____________________

Klausurdauer: 90 Minuten

Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner
- Die Klausur besteht aus 10 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 5 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!**
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Aufgabe 1 (Multiple Choice — 25 Punkte)

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		R	**F**
1.	Wenn sich das Einkommen eines Konsumenten aus einer Erstausstattung ergibt, hat eine allgemeine Inflation aller Preise keine Auswirkung auf die Budgetgerade.	x	
2.	Mit Hilfe einer Nutzenfunktion ist es möglich, ordinale Präferenzen in ein kardinales Maß umzuwandeln.		x
3.	Wenn ein Haushalt für den Konsum zweier Güter, x_1 und x_2, über ein strikt positives Einkommen verfügt und seine Präferenzen mit Hilfe einer Cobb-Douglas-Nutzenfunktion der Form $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ mit $\alpha \in (0, 1)$ ausgedrückt werden können, kann mindestens die Menge eines Gutes Null werden.		x
4.	Die Schar der Indifferenzkurven quasi-linearer Präferenzen sind in Richtung des linear in die Nutzenfunktion eingehenden Gutes parallel verschobene Kurven.	x	
5.	Weist eine Produktionsfunktion steigende Skalenerträge auf, sind für jedes Outputniveau die Grenzkosten höher als die Durchschnittskosten.		x
6.	Die technische Rate der Substitution beschreibt, in welchem Verhältnis ein Inputfaktor durch einen anderen ausgetauscht werden kann, so dass das Produktionsniveau konstant bleibt.	x	
7.	Besitzt eine Produktionsfunktion mit zwei Inputs, $y(x_1, x_2)$, die Eigenschaft $y(kx_1, kx_2) = k^2 y(x_1, x_2)$, so ist diese Funktion homogen vom Grad k.		x
8.	Die Kostenfunktion gibt die minimalen Kosten an, die bei der Produktion des maximalen Outputniveaus y anfallen.		x
9.	Ist ein kurzfristig fixer Produktionsfaktor mit der Menge 3 zum Faktorpreis von 10 Teil der Technologie, betragen die Fixkosten für das Unternehmen 10.		x
10.	Jede Pareto-optimale Allokation kann durch geeignete Umverteilung der Anfangsausstattungen als allgemeines Gleichgewicht erreicht werden.	x	

Aufgabe 2 (Haushaltstheorie — 18 Punkte)

Ein Haushalt konsumiert die Güter 1 und 2 in den Mengen x_1 und x_2. Seine Präferenzen werden durch die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = x_1^{2/3} \cdot x_2^{1/3}$ beschrieben. Die Güterpreise sind p_1 und p_2 und das Haushaltseinkommen beträgt m.

1. Wie lautet das Maximierungsproblem des Haushaltes?

$$\max_{x_1,x_2} x_1^{2/3} \cdot x_2^{1/3} \text{ unter der Nebenbedingung } p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

1 Punkt

2. Stellen Sie die Lagrangefunktion auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung.

Lagrangefunktion:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = x_1^{2/3} \cdot x_2^{1/3} + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2) \tag{1}$$

Bedingungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 2/3x_1^{-1/3}x_2^{1/3} - \lambda p_1 = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad 2/3x_1^{-1/3}x_2^{1/3} = \lambda p_1 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 1/3x_1^{2/3}x_2^{-2/3} - \lambda p_2 = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad 1/3x_1^{2/3}x_2^{-2/3} = \lambda p_2 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = m - p_1x_1 - p_2x_2 = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{4}$$

7 Punkte

3. Bestimmen Sie die Optimalbedingung für den Güterkonsum und interpretieren Sie diese kurz.

Dividiere (2) durch (3) → MRS-Bedingung:

$$\frac{2/3x_1^{-1/3}x_2^{1/3}}{1/3x_1^{2/3}x_2^{-2/3}} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{2/3}{1/3}\frac{x_2}{x_1} = \frac{2x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Longleftrightarrow \quad 2p_2x_2 = p_1x_1.$$

Im Optimum entspricht die MRS (also das gewünschte Austauschverhältnis) dem Preisverhältnis (also dem am Markt bestehenden Austauschverhältnis). 3 Punkte

4. Berechnen Sie die optimalen Konsummengen x_1^* und x_2^*.

Term p_1x_1 in der Budgetgleichung durch $2p_2x_2$ ersetzen:

$$2p_2x_2 + p_2x_2 = m \iff 3p_2x_2 = m$$
$$\text{optimale Mengen: } x_2^* = \frac{1}{3}\frac{m}{p_2}, \quad x_1^* = \frac{2}{3}\frac{m}{p_1}$$

2 Punkte

5. Bestimmen Sie die Konsumausgaben für Gut 1 und Gut 2 im Optimum und den Anteil dieser Ausgaben am Einkommen. Inwieweit sind diese Anteile von den Güterpreisen abhängig?

Konsumausgaben für Gut 1: $p_1x_1^* = 2/3m$
Anteil dieser Ausgaben am Einkommen: $p_1x_1^*/m = 2/3$
Konsumausgaben für Gut 2: $p_2x_2^* = 1/3m$. Der Anteil dieser Ausgaben am Einkommen ist $p_2x_2^*/m = 1/3$
Man sieht: Der Einkommensanteil der im Haushaltsoptimum für ein bestimmtes Gut ausgegeben wird, ist *unabhängig von den Preisen.* 3 Punkte

6. Interpretieren Sie ökonomisch die Bedeutung des Langrangemultiplikators im Haushaltsoptimum.

Der Lagrangemultiplikator λ^* drückt die ökonomische Bedeutung der Budgetrestriktion aus. Der Wert von λ^* im Haushaltsoptimum gibt an, um wieviel der Nutzen steigen würde, wenn man *marginal* (d.h. einen sehr kleinen Betrag) mehr Einkommen Δm zur Verfügung hätte. Der Lagrangemultiplikator ist also der *Grenznutzen des Einkommens.*

2 Punkte

Aufgabe 3 (Haushaltstheorie — 20 Punkte)

Das Haushaltsoptimum eines Haushalts in Abhängigkeit des Einkommens m und der Güterpreise p_1 und p_2 sei $x_1 = \frac{m}{2p_1}$ und $x_2 = \frac{m}{2p_2}$. Nehmen Sie zunächst an, dass $m = 1.000$ und $p_1 = p_2 = 1$ sind.

1. Berechnen Sie die Nachfrage des Haushaltes nach Gut 1 und 2 für die gegebenen Werte.

$$x_1^A = x_1(p_1, m) = \frac{m}{2p_1} = \frac{1.000}{2 \cdot 1} = 500$$
$$x_2^A = x_2(p_2, m) = \frac{m}{2p_2} = \frac{1.000}{2 \cdot 1} = 500$$

2 Punkte

2. Der Preis von Gut 1 steigt nun auf $p_1' = 2$, die anderen Werte bleiben unverändert. Wie hoch müsste das Einkommen m' beim Preis p_1' sein, damit sich der Haushalt das (alte) Haushaltsoptimum vor der Preiserhöhung leisten kann? Wie hoch ist die Einkommenskompensation Δm nach Slutsky?

   benötigtes Einkommen nach Preiserhöhung: $m' = p_1' x_1^A + p_2 x_2^A = 2 \cdot 500 + 1 \cdot 500 = 1.500$
   Slutsky-Kompensation beträgt also: $\Delta m = m' - m = 1.500 - 1.000 = 500$

   äquivalente Berechnung Slutsky-Kompensation: $\Delta m = \Delta p_1 x_1^A = (p_1' - p_1) x_1^A = 500$
   daraus folgt: $m' = m + \Delta m = 1.000 + 500 = 1.500$

   3 Punkte

3. Berechnen Sie die Nachfrage des Haushaltes nach beiden Gütern für den neuen Preis p_1' beim Einkommen m'. Wie groß ist der Substitutionseffekt bei Gut 1 und Gut 2?

   $x_1^B = x_1(p_1', m') = \frac{m'}{2p_1'} = \frac{1.500}{2 \cdot 2} = 375$
   $x_2^B = x_2(p_2, m') = \frac{m'}{2p_2} = \frac{1.500}{2 \cdot 1} = 750$

   SE Gut 1: $\Delta x_1^s = x_1^B - x_1^A = 375 - 500 = -125$
   SE Gut 2: $\Delta x_2^s = x_2^B - x_2^A = 750 - 500 = 250$

   4 Punkte

4. Berechnen Sie die Nachfrage nach Gut 1 für den Preis p_1' beim Einkommen m sowie den Einkommenseffekt bei Gut 1 und Gut 2.

   $x_1^C = x_1(p_1', m) = \frac{m}{2p_1'} = \frac{1.000}{2 \cdot 2} = 250$

   EE Gut 1: $\Delta x_1^e = x_1^C - x_1^B = 250 - 375 = -125$
   EE Gut 2: $\Delta x_2^e = x_1^A - x_1^B = 500 - 750 = -250$ 3 Punkte

5. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse für Gut 1 und Gut 2 anhand der Slutsky-Identität.

   Slutsky-Identität: GE = SE + EE bzw. $\Delta x_i = \Delta x_i^s + \Delta x_i^e$

   $\Delta x_1 = x_1^C - x_1^A = 250 - 500 = -250$ bzw. $\Delta x_1^s + \Delta x_1^e = -125 + (-125) = -250$
   $\Delta x_2 = x_1^A - x_1^A = 500 - 500 = 0$ bzw. $\Delta x_1^s + \Delta x_2^e = 250 + (-250) = 0$

   4 Punkte

6. Handelt es sich bei Gut 1 um ein gewöhnliches oder ein Giffen-Gut Begründen Sie Ihre Antwort.

   gewöhnliches Gut: Preissenkung führt zu Nachfragesteigerung
   Giffen-Gut: Preissenkung führt zu Nachfragrückgang
   hier: gewöhnliches Gut, da Nachfrage nach Preiserhöhung (m konstant) zurückgeht $\Delta x_1^s + \Delta x_1^e < 0$

   2 Punkte

7. Handelt es sich bei Gut 1 um ein normales oder inferiores Gut? Begründen Sie Ihre Antwort.

   normales Gut: Einkommenssteigerung führt zu Nachfragesteigerung
   inferiores Gut: Einkommenssteigerung führt zu Nachfragrückgang
   hier: normales Gut, da kleineres Einkommen bei gleichen Preisen zu geringerer Nachfrage führt $x_1(p_1', m) < x_1(p_1', m')$

   2 Punkte

Aufgabe 4 (Unternehmenstheorie und Marktgleichgewicht— 21 Punkte)

Ein Unternehmen bietet sein Produkt zum Marktpreis p auf einem Wettbewerbsmarkt (vollkommene Konkurrenz) an. Gehen Sie von der Kostenfunktion $c(y) = 2y^2 + 1$ aus.

1. Schreiben Sie die Gewinnfunktion $\pi(y)$ auf und bestimmen Sie die optimale Entscheidung $y^*(p)$ sowie den resultierenden Gewinn $\pi(y^*(p))$.

   $$\pi(y) = py - c(y) \quad \Rightarrow \quad \pi'(y) = p - c'(y) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{p = MC(y)}$$

   Wir können die Lösung also entweder aus $p = MC(y)$ bestimmen:

   $$MC(y) = 4y \quad \Rightarrow \quad p \stackrel{!}{=} 4y \quad \Longleftrightarrow \quad y^*(p) = p/4,$$

   oder die Kostenfunktion erst in die Gewinnfunktion einsetzen:

   $$\pi(y) = py - 2y^2 - 1 \quad \Rightarrow \quad \pi'(y) = p - 4y = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{y^*(p) = p/4}.$$

   Der maximale Gewinn beträgt also

   $$\pi(y^*(p)) = \pi\left(\frac{p}{4}\right) = p \cdot \frac{p}{4} - 2\left(\frac{p}{4}\right)^2 - 1 \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{\pi(y^*(p)) = \frac{p^2}{8} - 1}$$

   5 Punkte

2. Leiten Sie die Angebotsfunktion $S(p)$ des Unternehmens her.

   Das Angebot des Unternehmens ist die gewinnmaximierende Produktionsmenge ausgedrückt als Funktion des Preises: $S(p) = y^*(p) = p/4$.

   1 Punkt

3. Definieren und ermitteln Sie die Produzentenrente $PR(p)$.

Die Produzentenrente ist die Differenz zwischen Erlös (Umsatz) der verkauften Menge und den variablen Stückkosten, d.h. die Produzentenrente "summiert" (d.h. integriert) die Differenz zwischen Preis p und marginalen Kosten MC für jedes Stück auf:

$$\begin{aligned} PR(p) &= \int_0^{y^*(p)} (p - MC(y))\,dy \\ &= \underbrace{py^*(p)}_{\text{Umsatz}} - \underbrace{\int_0^{y^*(p)} MC(y)dy}_{c_{var}(y^*(p))} \\ &= p \cdot \frac{p}{4} - \int_0^{\frac{p}{4}} 4ydy \\ &= \frac{p^2}{4} - 2\frac{p^2}{16} \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{PR(p) = \frac{p^2}{8}} \end{aligned}$$

4 Punkte

4. Nehmen Sie jetzt an, das Unternehmen sieht sich einer Marktnachfrage von $D(p) = 100 - p$ gegenüber. Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht, d.h. den markträumenden Preis p^* und die dazu gehörende Nachfragemenge $y(p^*) = D(p^*)$.

Im Marktgleichgewicht ist die angebotene gleich der nachgefragten Menge:

$$D(p^*) = S(p^*) \quad \Longleftrightarrow \quad 100 - p^* = p^*/4 \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{p^* = 100 \cdot 4/5 = 80}$$

Die dazu gehörende (markträumende) Menge kann man durch Einsetzen in die Nachfrage- oder Angebotsfunktion ermitteln:

$$\begin{aligned} & D(p^*) = 100 - 80 = 20 \\ & S(p^*) = 80/4 = 20 \\ \Rightarrow\ & \boxed{y(p^*) = 20} \end{aligned}$$

3 Punkte

5. Gehen Sie im Weiteren von einem Gleichgewicht von $p^* = 80$ und $y^* = 20$ aus. Definieren und ermitteln Sie die Konsumentenrente $KR(p)$ im Marktgleichgewicht.

Die Konsumentenrente ist die **Differenz** aus der gesamten **Zahlungsbereitschaft** der Konsumenten für eine bestimmte verkaufte Menge und der dafür bezahlten **(Preis-)Summe**. Sie ist ein Maß für den Nettonutzen den die Konsumenten aus den am Markt erworbenen Gütern ziehen.
Rechnerisch wird dabei für jedes verkaufte Stück die Differenz aus marginaler Zahlungsbereitschaft (= inverse Nachfrage $P(y) = 100 - y$) und Marktpreis gebildet und diese Differenz wird über alle verkauften Stücke aufsummiert (= integriert). Es ergibt sich für die verkaufte Menge $y(p^*)$:

$$\begin{aligned} KR(p^*) &= \int_0^{y(p^*)} (P(y) - p^*)\, dy \\ &= \int_0^{20} (100 - y - 80)\, dy = \int_0^{20} (20 - y)\, dy = \left[20y - 0.5y^2\right]_0^{20} = 400 - 200 = 200 \end{aligned}$$

Alternativ kann man entlang der Preisachse integrieren:

$$KR(p^*) = \int_{p^*}^{\hat{p}} D(p)dp = \int_{80}^{100} (100 - p)dp = \left[100p - 0.5p^2\right]_{80}^{100} = 5.000 - 4.800 = 200.$$

4 Punkte

6. Definieren und ermitteln Sie die Wohlfahrt im Marktgleichgewicht.

Die soziale Wohlfahrt $W(p^*)$ ist die Summe aus Konsumenten- und Produzentenrente.

$$W(p^*) = KR(p^*) + PR(p^*) = 200 + 800 = 1.000$$

Die Wohlfahrt ist auch als Differenz aus Zahlungsbereitschaft (ZB) und variablen Kosten (c_{var}) darstellbar:

$$\begin{aligned} W(p^*) &= \underbrace{\int_0^{y(p^*)} P(y)dy}_{ZB(y(p^*))} - c_{var}(y(p^*)) = \int_0^{20} (100 - y)dy - \int_0^{20} 4ydy \\ &= 1.800 - 800 = 1.000 \end{aligned}$$

2 Punkte

7. Beschreiben Sie verbal, durch welche Verhaltensannahme sich ein Monopolist von einen Unternehmen im vollständigen Wettbewerb unterscheidet. Wie ändert sich die Bedingung für die Gewinnmaximierung?

Im Unterschied zum vollständigen Wettbewerb berücksichtigt der Monopolist seinen Einfluss auf den Preis, d.h. dass bei einer Mengenausweitung der Preis für alle bisher verkauften Einheiten sinkt. Das Gleichgewicht ist erreicht, wenn der marginale Erlös (Differenz aus zusätzlichem Erlös durch Mengenausweitung und Verlust an Erlös durch Preissenkung) den Grenzkosten einer zusätzlichen Einheit entspricht.

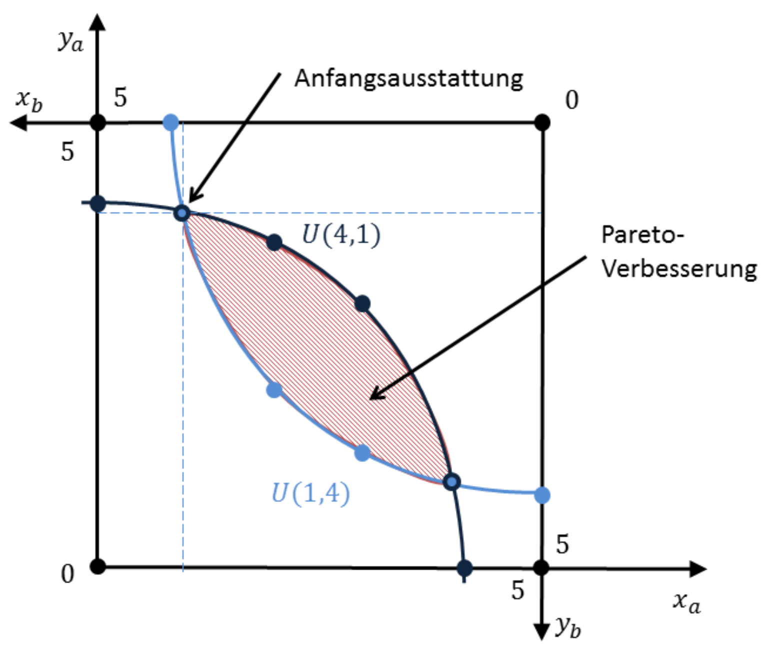
$$MR = p'(y)y + p(y) = MC \text{ vs. } MR = p = MC$$

2 Punkte

Aufgabe 5 (Tauschwirtschaft — 16 Punkte)

In einer Tauschwirtschaft leben 2 Konsumenten, deren Präferenzen durch die Nutzenfunktionen $U_i(x_i, y_i) = x_i^{1/2} y_i^{1/2}$ (mit $i \in \{a, b\}$) dargestellt werden können. Die Gesamtausstattung der Ökonomie beträgt $(e_x, e_y) = (5, 5)$. Es sei angenommen, dass die Anfangsausstattung von Konsument a $e_a = (1, 4)$ und die von Konsument b $e_b = (4, 1)$ betrage.

1. Zeichnen Sie die Situation in eine Edgeworth-Box. Zeichnen Sie auch die Anfangsausstattung und kennzeichnen Sie die Allokationen, die eine Pareto-Verbesserung im Vergleich zur Ausgangssituation darstellen.



5 Punkte

2. Leiten Sie die Grenzraten der Substitution her.

Beide Individuen besitzen die gleiche Nutzenfunktion. Damit gilt:

$$MRS_i = -\frac{\partial U_i \partial x_i}{\partial U_i \partial y_i} = -\frac{1/2 x_i^{-1/2} y_i^{1/2}}{1/2 x_i^{1/2} y_i^{-1/2}} = -\frac{y_i}{x_i}, \quad i = a, b$$

2 Punkte

3. Erklären Sie kurz, was für die Menge der Pareto-effizienten Allokationen gelten muss. Berechnen Sie die Menge aller Pareto-effizienten Allokationen (Kontraktkurve).

Die Pareto-effizienten Allokationen sind alle Allokationen (x_a, y_a, x_b, y_b), bei denen keine Tauschgeschäfte zwischen den Individuen mehr möglich sind, die mindestens ein Individuum besser stellen ohne das andere schlechter zu stellen. Technisch müssen dazu die MRS übereinstimmen. Außerdem muss gelten, dass alle Allokationen in der Edgeworthbox liegen müssen. Berechnung der Kontraktkurve:

$$\begin{aligned} MRS_a &= MRS_b \\ \frac{y_a}{x_a} &= \frac{y_b}{x_b} = \frac{e_y - y_a}{e_x - x_a} \\ y_a e_x &= x_a e_y \\ y_a(x_a) &= e_y/e_x x_a = x_a \quad \text{und } y_b = x_b \\ &\text{mit } x_a, x_b, y_a, y_b \in [0; 5] \quad \text{und } x_a + x_b = 5 = y_a + y_b \end{aligned}$$

4 Punkte

4. Nehmen Sie an, Konsument a habe die Möglichkeit, ein Tauschangebot zu offerieren. Konsument b lehnt dieses nur ab, wenn er sich bei Annahme schlechter stellt als mit seiner Anfangsausstattung e_b. Argumentieren Sie, welches Angebot Konsument a wählen sollte, um seinen Nutzen zu maximieren. Vergleichen Sie die Nutzen mit der Ausgangssituation.

Es sind alle Allokationen Pareto-optimal bei denen unter Beachtung der Ressourcenbeschränkung: $x_a + x_b = 5 = y_a + y_b$ gilt: $x_a = y_a$ und $x_b = y_b$. Die Anfangsausstattung gibt Spieler b einen Nutzen von $U_b(4; 1) = \sqrt{4}\sqrt{1} = 2$. a sollte also ein Angebot machen, das b gerade noch annimmt, also genau den Nutzen 2 gibt. Das für a profitabelste Angebot ist genau die *Pareto-effiziente* Allokation, bei der b den Nutzen 2 erreicht, da sich a dann nicht mehr besser stellen kann, ohne b schlechter zu stellen. Das ist also die bestmögliche Allokation für a, gegeben dass b den Nutzen 2 erreicht. Pareto-Effizienz erfordert, dass $x_b = y_b$. Gleichzeitig soll der Nutzen des b gleich 2 sein, also $U_b(x_b, x_b) = 2 = \sqrt{x_b}\sqrt{x_b} = x_b$. Also $x_b = y_b = 2$. Dann bekommt a den Rest der Anfangsausstattungen, also $(x_A, y_A) = (3, 3)$ und erreicht einen Nutzen von $U_A(3; 3) = \sqrt{3}\sqrt{3} = 3$. Vorher war as Nutzen gleich $U_a(1; 4) = \sqrt{1}\sqrt{4} = 2$, wie der von b.

5 Punkte