

## Klausur vom 03.03.2017

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

<b>Vom Prüfer auszufüllen:</b>
Punkte:
Note:
Credits:

<b>Vom Prüfer auszufüllen:</b>
Aufg.1: / 25
Aufg.2: / 18
Aufg.3: / 20
Aufg.4: / 20
Aufg.5: / 17

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung   
Diplom-Prüfungsordnung

Fachsemester: \_\_\_\_\_

Studiengang: \_\_\_\_\_ Unterschrift: \_\_\_\_\_

Klausurdauer: 90 Minuten

### Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner, Wörterbuch
- Die Klausur besteht aus 10 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 5 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!**
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

## AVWL I im WS 2016/17

Prof. Dr. Marco Runkel

Fachgebiet Ökonomie des Öffentlichen Sektors, insbesondere Gesundheitsökonomie  
TU Berlin

---

### Aufgabe I [Multiple Choice]

(25%)

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		<b>R</b>	<b>F</b>
1.	Sind die Präferenzen eines Individuums durch eine Cobb-Douglas-Nutzenfunktion $u(x_1, x_2)$ gekennzeichnet, so erhöht sich die Nachfrage nach einem Gut, wenn sich der Preis des anderen Gutes erhöht.		X
2.	Besitzt eine Produktionsfunktion mit zwei Inputs, $F(L, K)$ , die Eigenschaft $F(\lambda L, \lambda K) = F(L, K)$ , so ist diese Funktion homogen vom Grad 1.		x
3.	Die Steigung der Budgetgerade eines Haushalts hängt von den Preisen und dem Einkommen ab.		X
4.	Die Grenzrate der Transformation (TRS) einer Leontief-Produktionsfunktion ist immer fallend in der Menge des Inputfaktors $x_1$ .		X
5.	An der Kreuzpreiselastizität der Nachfrage kann man erkennen, ob die betreffenden Güter Komplemente oder Substitute sind.	X	
6.	Die kompensierende Variation gibt an, welchen Geldbetrag man dem Konsumenten nach einer Preiserhöhung geben müsste, um ihn genau so gut zu stellen wie vor der Preiserhöhung.	X	
7.	Bei einer linearen Angebotsfunktion $x^S(p) = \beta \cdot p$ ist die Preiselastizität des Angebots gleich 1.	X	
8.	Liegt auf einen Wettbewerbsmarkt mit fallender Nachfrage- und steigender Angebotskurve zu einem gegebenen Preis eine Überschussnachfrage vor, muss der Preis des betrachteten Gutes sinken, damit der Markt geräumt wird.		X
9.	Mithilfe einer Engelkurve kann der Zusammenhang einer Einkommensänderung und der Güternachfrage dargestellt werden.	X	
10.	Bei einer Pareto-effizienten Allokation kann es einem Haushalt schlechter gehen als bei einer anderen Allokation.	X	

**Aufgabe II [Unternehmenstheorie]**

(18%)

Ein Unternehmen bietet sein Produkt zum Marktpreis  $p$  auf einem Wettbewerbsmarkt (vollkommene Konkurrenz) an. Die Technologie ist beschrieben durch die Produktionsfunktion  $y = f(x_1, x_2)$ , wobei  $x_1$  und  $x_2$  die Einsatzmengen zweier variabler Inputfaktoren darstellen. Die Marktpreise der beiden Inputs sind mit  $w_1$  und  $w_2$  gegeben. Ein (impliziter) dritter Input verursacht Fixkosten  $F$ .

1. Formulieren Sie das Kostenminimierungsproblem des Unternehmens. (3 Punkte)

$$\min_{x_1, x_2} w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + F, \quad \text{u.d.NB.: } y = f(x_1, x_2)$$

3 Punkte

2. Leiten Sie die Kostenfunktion  $C(y)$  des Unternehmens für die Technologie  $y = f(x_1, x_2) = (x_1 \cdot x_2)^{\frac{1}{4}}$  her. Gehen Sie dabei davon aus, dass  $w_1 = 1$ ,  $w_2 = 4$  und  $F = 6$ . (9 Punkte)

Lagrange:

$$\begin{aligned} L &= w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + F + \lambda(y - x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}) \\ \frac{\partial L}{\partial x_1} &= w_1 - \lambda \frac{1}{4} \cdot x_1^{-\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} &= w_2 - \lambda \frac{1}{4} \cdot x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{-\frac{3}{4}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= y - x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}} = 0 \\ \rightarrow \frac{w_1}{w_2} &= \frac{\lambda \frac{1}{4} \cdot x_1^{-\frac{3}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}}{\lambda \frac{1}{4} \cdot x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{-\frac{3}{4}}} \\ \frac{w_1}{w_2} &= \frac{x_2}{x_1} \\ \Leftrightarrow x_2^* &= \frac{w_1 \cdot x_1}{w_2} \quad \text{oder} \quad x_1^* = \frac{w_2 \cdot x_2}{w_1} \end{aligned}$$

Einsetzen in  $y = x_1^{\frac{1}{4}} \cdot x_2^{\frac{1}{4}}$  und auflösen nach  $x_1^*$ :

$$\begin{aligned} y &= (x_1^*)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{w_1 \cdot x_1^*}{w_2}\right)^{\frac{1}{4}} = (x_1^*)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{4}} \\ (x_1^*)^{\frac{1}{2}} &= y \cdot \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\frac{1}{4}} \\ x_1^* &= y^2 \cdot \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\frac{1}{2}}; \quad x_2^* = y^2 \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

AVWL I im WS 2016/17

Prof. Dr. Marco Runkel

Fachgebiet Ökonomie des Öffentlichen Sektors, insbesondere Gesundheitsökonomie  
TU Berlin

---

$$\begin{aligned} C(y, w_1, w_2, F) &= w_1 \cdot x_1^* + w_2 \cdot x_2^* + F = w_1 \cdot y^2 \cdot \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\frac{1}{2}} + w_2 \cdot y^2 \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{2}} + F \\ &= y^2 \cdot (w_1 \cdot w_2)^{\frac{1}{2}} + y^2 \cdot (w_1 \cdot w_2)^{\frac{1}{2}} + F \\ &= 2 \cdot y^2 \cdot (w_1 \cdot w_2)^{\frac{1}{2}} + F \end{aligned}$$

einsetzen von  $w_1 = 1$ ,  $w_2 = 4$ ,  $F = 6$ :

$$C(y, 1, 4, 6) = 2 \cdot y^2 \cdot (1 \cdot 4)^{\frac{1}{2}} + 6 = 4 \cdot y^2 + 6$$

9 Punkte

3. Was gibt die Angebotsfunktion an? (2 Punkte)

Das Angebot des Unternehmens ist die gewinnmaximierende Produktionsmenge ausgedrückt als Funktion des Preises:  $S(p) = y^*(p)$ .

2 Punkte

4. Leiten Sie die Angebotsfunktion  $S(p)$  des Unternehmens her. Nehmen Sie dabei die Kostenfunktion  $C(y) = 4 \cdot y^2 + 6$  an. (4 Punkte)

$$\max_y \pi = py - C(y) = py - 4 \cdot y^2 - 6$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - 8y = 0 \iff y = \frac{p}{8}$$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{p}{8}$$

4 Punkte

**Aufgabe III [Marktgleichgewicht und Wohlfahrt] (20%)**

Ein Markt ist durch folgende Nachfrage- und Angebotsfunktionen gekennzeichnet:

$$D(p) = 90 - p \quad \text{und} \quad S(p) = \frac{p}{8}$$

1. Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht, d.h. den markträumenden Preis  $p^*$  und die dazugehörige Nachfragemenge  $x^*$ . (3 Punkte)

Im Marktgleichgewicht ist die angebotene gleich der nachgefragten Menge:

$$D(p^*) = S(p^*) \iff 90 - p^* = \frac{p^*}{8} \iff 720 = 9 \cdot p^* \iff \boxed{p^* = 80}$$

Die dazugehörige (markträumende) Menge kann man durch Einsetzen in die Nachfrage- oder Angebotsfunktion ermitteln:

$$D(p^*) = 90 - 80 = 10$$

alternativ:  $S(p^*) = \frac{80}{8} = 10 \iff \boxed{x^* = 10}$

3 Punkte

2. Bestimmen Sie folgende Größen: (12 Punkte)

- i. Prohibitivpreis  $\hat{p}$ .

$$0 = D(\hat{p}) \iff 0 = 90 - \hat{p} \iff \boxed{\hat{p} = 90}$$

2 Punkte

- ii. Sättigungsmenge  $\hat{x}$ .

$$\hat{x} = D(0) \iff \hat{x} = 90 - 0 \Rightarrow \boxed{\hat{x} = 90}$$

2 Punkte

iii. Konsumentenrente  $KR(p^*)$ .

$$\begin{aligned} KR(p^*) &= \int_{p^*}^{\hat{p}} D(p) dp = \int_{80}^{90} (90 - p) dp = \left[ 90p - \frac{p^2}{2} \right]_{80}^{90} \\ &= \left[ 90 \cdot 90 - \frac{90^2}{2} \right] - \left[ 90 \cdot 80 - \frac{80^2}{2} \right] = 8100 - 4050 - 7200 + 3200 = 50 \end{aligned}$$

Alternativ

$$\begin{aligned} KR(p^*) &= \int_0^{x(p^*)} (P(\tilde{x}) - p^*) d\tilde{x} \quad \left( = \int_0^{x(p^*)} P(\tilde{x}) d\tilde{x} - p^* \cdot x^* \right) \\ &= \int_0^{10} (90 - \tilde{x} - 80) d\tilde{x} = \int_0^{10} (10 - \tilde{x}) d\tilde{x} \\ &= \left[ 10x - \frac{x^2}{2} \right]_0^{10} = \left[ 10 \cdot 10 - \frac{10^2}{2} \right] - 0 = 100 - 50 = 50 \end{aligned}$$

Alternativ

$$KR(p^*) = \frac{1}{2} \cdot (\hat{p} - p^*) \cdot x^* = \frac{1}{2} \cdot (90 - 80) \cdot 10 = 50$$

3 Punkte

# AVWL I im WS 2016/17

Prof. Dr. Marco Runkel

Fachgebiet Ökonomie des Öffentlichen Sektors, insbesondere Gesundheitsökonomie  
TU Berlin

---

iv. Produzentenrente  $PR(p^*)$ .

Wegen  $x = S(p) = \frac{p}{8}$  und  $p = MC$  sind die Grenzkosten  $MC = 8x$ .

$$\begin{aligned} PR(p^*) &= p^* \cdot x(p^*) - \int_0^{x(p^*)} MC(x) dx \left( = \int_0^{x(p^*)} (p^* - MC(x)) dx \right) \\ &= 80 \cdot 10 - \int_0^{10} 8x dx = 80 \cdot 10 - [4x^2]_0^{10} = 800 - 400 = 400 \end{aligned}$$

Alternativ

$$PR(p^*) = \int_0^{p^*} S(p) dp = \int_0^{80} \frac{p}{8} dp = \left[ \frac{p^2}{16} \right]_0^{80} = 400$$

Alternativ über den Gewinn (ohne Fixkosten!)

$$PR(p^*) = \pi(p^*) = p^* \cdot x^* - C(x^*) = p^* \cdot x^* - 4 \cdot x^{*2} = 80 \cdot 10 - 4 \cdot 10^2 = 400$$

Alternativ über die Dreiecksformel:

$$\frac{(p^* - p(0)) \cdot (x^* - 0)}{2} = \frac{80 - 10}{2} = 400$$

3 Punkte

bigskip

v. Soziale Wohlfahrt (Sozialer Überschuss)  $W(p^*)$ .

$$W(p^*) = KR(p^*) + PR(p^*) = 50 + 400 = 450$$

Alternativ

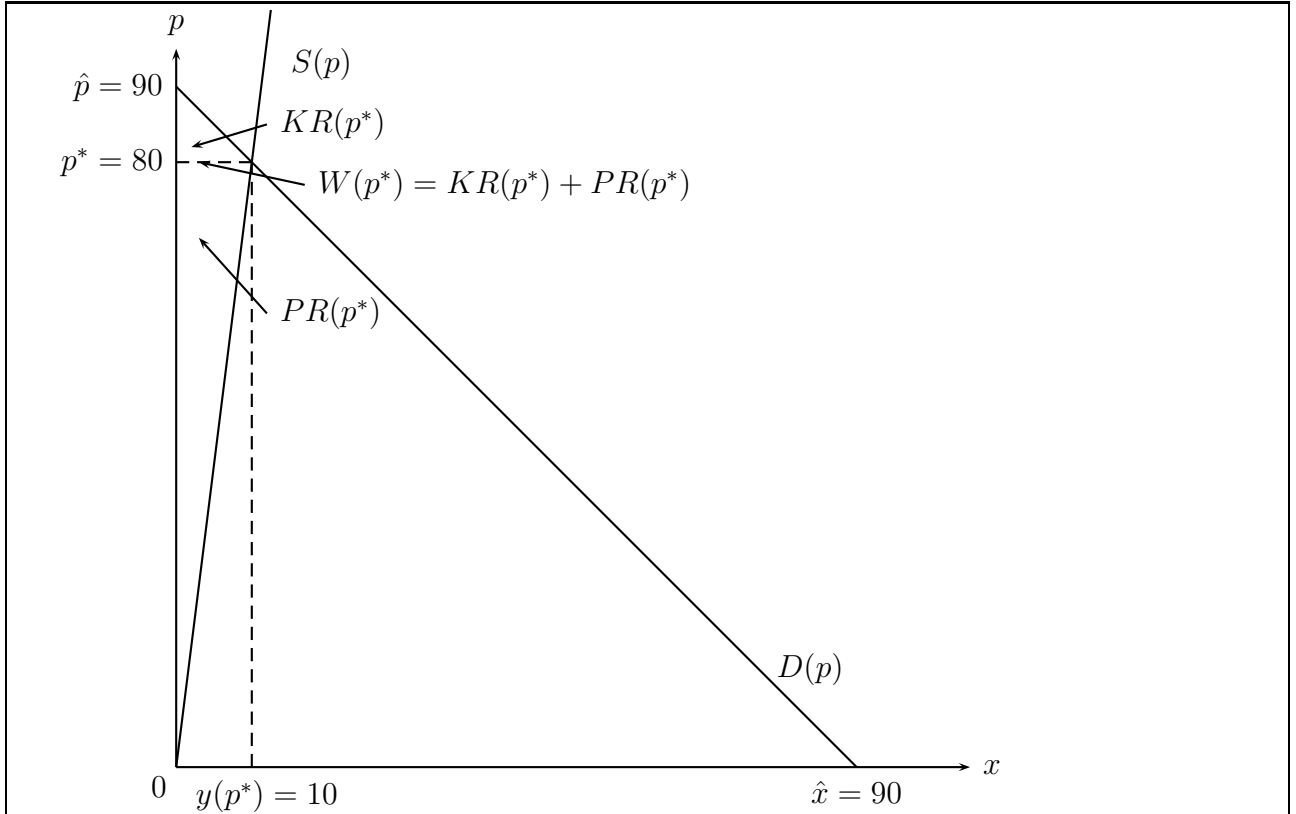
$$\begin{aligned} W(p^*) &= \int_0^{x(p^*)} P(\tilde{x}) d\tilde{x} - C(x(p^*)) = \int_0^{10} (90 - \tilde{x}) d\tilde{x} - \int_0^{10} 8 \cdot \tilde{x} d\tilde{x} \\ &= \int_0^{10} (90 - 9 \cdot \tilde{x}) d\tilde{x} = \left[ 90x - \frac{9}{2} \cdot x^2 \right]_0^{10} \\ &= \left[ 90 \cdot 10 - \frac{9}{2} \cdot 10^2 \right] - 0 = 900 - 450 = 450 \end{aligned}$$

Alternativ

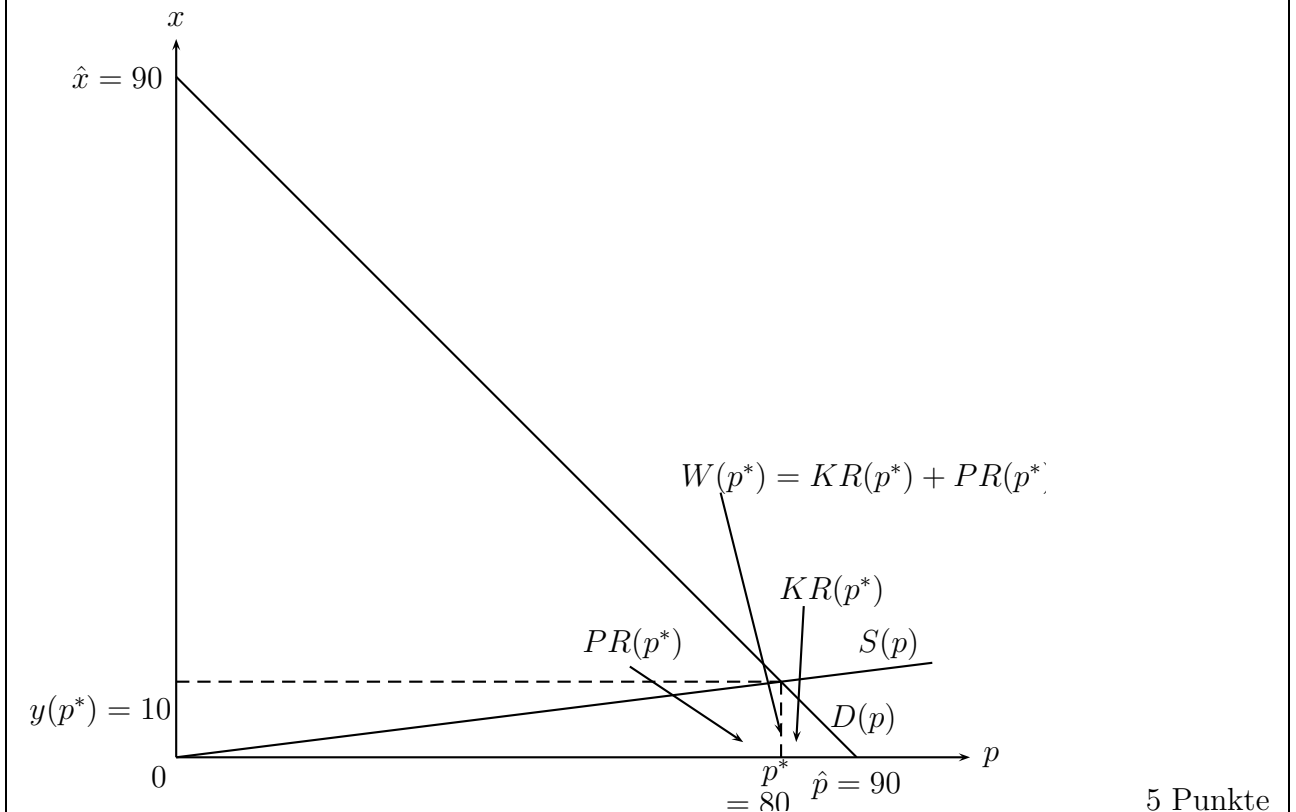
$$W(p^*) = \frac{1}{2} \cdot (\hat{p} - S^{-1}(0)) \cdot x^* = \frac{1}{2} \cdot (90 - 0) \cdot 10 = 450$$

2 Punkte

3. Stellen Sie die berechneten Größen aus Aufgabe 3.1 und 3.2 in einer geeigneten Grafik dar!



oder:



5 Punkte



**Aufgabe IV [Slutsky-Zerlegung] (20%)**

Die nutzenmaximierende Nachfrage eines Haushalts nach den Gütern 1 und 2 in Abhängigkeit des Einkommens  $m$  und der Güterpreise  $p_1$  und  $p_2$  sei  $x_1(p_1, m) = \frac{2m}{3p_1}$  und  $x_2(p_2, m) = \frac{m}{3p_2}$ . Nehmen Sie zunächst an, dass  $m = 900$ ,  $p_1 = 2$  und  $p_2 = 1$  gilt.

1. Berechnen Sie die Nachfrage des Haushalts nach Gut 1 und 2 für die gegebenen Werte. (2 Punkte)

$$x_1^A = x_1(p_1, m) = \frac{2m}{3p_1} = \frac{2 \cdot 900}{3 \cdot 2} = 300$$

$$x_2^A = x_2(p_2, m) = \frac{m}{3p_2} = \frac{900}{3 \cdot 1} = 300$$

2 Punkte

2. Es wird eine Mengensteuer auf Gut 1 in Höhe von  $t = 1$  eingeführt. Die anderen Werte bleiben unverändert. Wie hoch müsste das Einkommen  $m'$  beim Preis  $p'_1 = p_1 + t$  sein, damit sich der Haushalt das in Aufgabe 4.1 berechnete (alte) Haushaltsoptimum leisten kann? Wie hoch ist die Einkommenskompensation  $\Delta m$  nach Slutsky? (3 Punkte)

benötigtes Einkommen nach Preiserhöhung:

$$p'_1 = p_1 + t$$

$$m' = p'_1 \cdot x_1^A + p_2 \cdot x_2^A = (p_1 + t) \cdot x_1^A + p_2 \cdot x_2^A = (2 + 1) \cdot 300 + 1 \cdot 300 = 1.200$$

Slutsky-Kompensation beträgt also:

$$\Delta m = m' - m = 1.200 - 900 = 300$$

äquivalente Berechnung Slutsky-Kompensation:

$$\Delta m = \Delta p_1 \cdot x_1^A = (p'_1 - p_1) \cdot x_1^A = 1 \cdot 300 = 300$$

$$\text{daraus folgt: } m' = m + \Delta m = 900 + 300 = 1.200$$

3 Punkte

3. Berechnen Sie die Nachfrage des Haushalts nach Gut 1 für den neuen Preis  $p'_1$  und beim kompensierten Einkommen  $m'$ . Wie groß ist der Substitutionseffekt bei Gut 1? (4 Punkte)

$$x_1^B = x_1(p'_1, m') = \frac{2m'}{3p'_1} = \frac{2 \cdot 1.200}{3 \cdot 3} = \frac{800}{3} (= 266,66666)$$

$$\text{SE Gut 1: } \Delta x_1^s = x_1^B - x_1^A = \frac{800}{3} - 300 = -\frac{100}{3} = -33,33$$

4 Punkte

AVWL I im WS 2016/17

Prof. Dr. Marco Runkel

Fachgebiet Ökonomie des Öffentlichen Sektors, insbesondere Gesundheitsökonomie  
TU Berlin

4. Berechnen Sie die Nachfrage nach Gut 1 für den Preis  $p'_1$  beim Einkommen  $m$  sowie den Einkommenseffekt bei Gut 1. (4 Punkte)

$$x_1^C = x_1(p'_1, m) = \frac{2m}{3p'_1} = \frac{2 \cdot 900}{3 \cdot 3} = 200$$

$$\text{EE Gut 1: } \Delta x_1^e = x_1^C - x_1^B = 200 - \frac{800}{3} = -\frac{200}{3} = -66,6666$$

4 Punkte

5. Was versteht man unter der Slutsky-Identität? Zeigen Sie, dass die Slutsky-Identität für Gut 1 gilt. (3 Punkte)

Slutsky-Identität:  $GE = SE + EE$  bzw.  $\Delta x_i = \Delta x_i^s + \Delta x_i^e$

Der Gesamteffekt kann in den Substitutionseffekt und den Einkommenseffekt restlos zerlegt werden, sodass die Summe des Substitutionseffektes und des Einkommenseffektes dem Gesamteffekt, also der Nachfrageänderung bei einer Preisänderung des betreffenden Gutes, entsprechen muss.

$$GE = \Delta x_1 = x_1^C - x_1^A = 200 - 300 = -100 \quad \text{und} \quad \Delta x_1^s + \Delta x_1^e = -\frac{100}{3} + \left(-\frac{200}{3}\right) = -100$$
$$-100 = -100$$

Die Slutsky-Identität gilt!  
alternativ:

$$GE = \Delta x_1 = x_1^C - x_1^A = 200 - 300 = -100$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^e}{\Delta m} \cdot x_1^*(p_1, p_2, m)$$

$$\frac{-100}{1} = \frac{-\frac{100}{3}}{1} - \frac{-\frac{200}{3}}{-300} \cdot 300$$

$$-100 = -\frac{300}{3} = -100$$

Die Slutsky-Identität gilt!

3 Punkte

6. Bestimmen Sie anhand Ihrer Ergebnisse die Güterart von Gut 1. Begründen Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)

Normales Gut, da kleineres Einkommen bei gleichen Preisen zu geringerer Nachfrage führt.  
 $x_1^C < x_1^B \iff \text{EE von Gut 1} < 0$

Gewöhnliches Gut, da Nachfrage nach Preiserhöhung ( $m$  konstant) zurückgeht.  
 $\Delta x_1^s + \Delta x_1^e < 0 \iff \text{GE von Gut 1} < 0$

oder: gewöhnliches Gut, da es sich um ein normales Gut handelt und jedes normale Gut auch gewöhnlich sein muss.

4 Punkte

**Aufgabe V** [Haushaltsoptimum] (17%)

Ein Haushalt hat ein Einkommen  $m$ , das er für zwei Güter mit den Mengen  $x_1$  und  $x_2$  und den Preisen  $p_1$  und  $p_2$  ausgeben kann. Die Präferenzen können alternativ durch folgende Nutzenfunktionen beschrieben werden:

a)  $u(x_1, x_2) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$

b)  $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, 4x_2\}$

c)  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 3x_2$

1. Welche substitutionale Beziehung zwischen den beiden Gütern liegt bei der jeweiligen Nutzenfunktion vor? Begründen Sie Ihre Antwort. (4,5 Punkte)

a) perfekte Substitute, da beide Güter vollständig durcheinander ersetzbar sind.

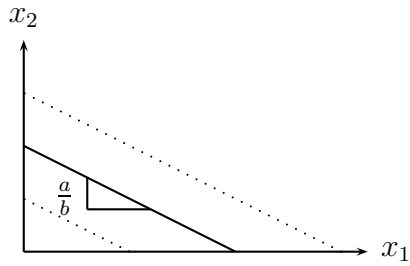
b) perfekte Komplemente, da der Nutzen nur bei Erhöhung beider Güter in einem festgelegten Verhältnis gesteigert werden kann.

c) imperfekte Substitute, in Form einer quasi-linearen Nutzenfunktion. Die Güter sind somit bis zu einem bestimmten Grad austauschbar.

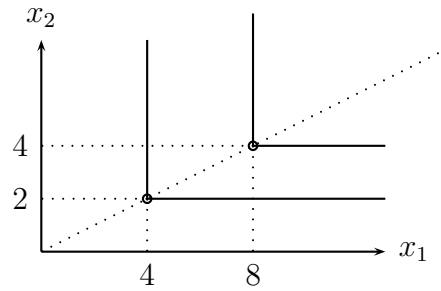
4,5 Punkte

2. Zeichnen Sie die Indifferenzkurven für die drei Nutzenfunktionen (4,5 Punkte)

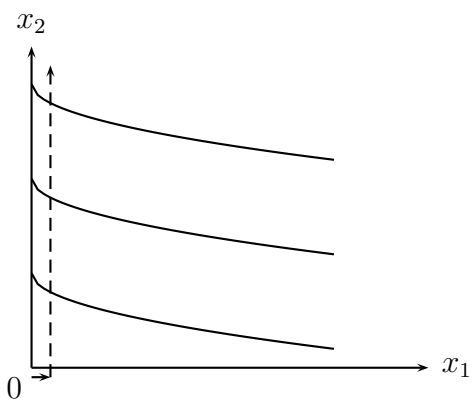
zu a)



zu b)



zu c)



4,5 Punkte

3. Bestimmen Sie die Nachfrage nach Gut 1 für alle drei Nutzenfunktionen. Sie können für die Nutzenfunktion c mit der Tangential-Bedingung arbeiten. (8 Punkte)

zu a)

AVWL I im WS 2016/17

Prof. Dr. Marco Runkel

Fachgebiet Ökonomie des Öffentlichen Sektors, insbesondere Gesundheitsökonomie  
TU Berlin

$$\frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} \iff p_1 < \frac{a}{b} \cdot p_2 \Rightarrow \text{Der Konsument wird nur Gut 1 kaufen.}$$

$$\frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} \iff p_1 > \frac{a}{b} \cdot p_2 \Rightarrow \text{Der Konsument wird nur Gut 2 kaufen.}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b} \iff p_1 = \frac{a}{b} \cdot p_2 \Rightarrow \text{Der Konsument ist indifferent bzgl. der Aufteilung der Ausgaben auf Gut 1 und Gut 2.}$$

oder formal:

$$x_1^* = \begin{cases} 0 & \text{für } p_1 > \frac{a}{b} \cdot p_2 \\ \frac{m}{p_1} & \text{für } p_1 < \frac{a}{b} \cdot p_2 \\ [0; \frac{m}{p_1}] & \text{für } p_1 = \frac{a}{b} \cdot p_2 \end{cases}$$

3 Punkte

zu b)

$$\text{optimales Verhältnis: } 2x_1^* = 4x_2^* \iff x_1^* = 2x_2^*$$

$$m = p_1 \cdot x_1^* + p_2 \cdot \frac{1}{2}x_1^* = x_1^* \cdot \frac{2p_1 + p_2}{2} \Rightarrow x_1^* = \frac{2m}{2p_1 + p_2}.$$

2 Punkte

zu c)

MRS:

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} = \frac{1}{6\sqrt{x_1}}$$

Die Tangential-Bedingung ergibt also:

$$\frac{1}{6\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2} \iff x_1^* = \left(\frac{p_2}{6p_1}\right)^2$$

3 Punkte