

Nachrichtenübertragung

(Vorlesung I + II und Rechenübung I + II)

- Prof. Dr.-Ing. Thomas Sikora -

Name:

Vorname:

Matr.Nr:

- Diplom E-Technik HF
 Bach./Master Techn. Inf. SF
 Magister KW VF
 Erasmus EF

Teilnahme am Bonusprogramm (MC-Test)?

Ja

Nein

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	BP	Σ
Max. Punktezahl	10	10	10	10	10	10	10	10	X	80
Erreichte Punktezahl										

Hinweise:

1. Die Fragen zur Rechenübung sind fettgedruckt und mit einem Stern (*) gekennzeichnet!
2. Schreiben Sie die Lösungen jeweils direkt auf den freien Platz unterhalb der Aufgabenstellung.
3. Die Rückseiten können bei Bedarf zusätzlich beschrieben werden. Nummerierungen in diesem Fall nicht vergessen.
4. Sollte auch der Platz auf der Rückseite nicht ausreichen, bitte **kein eigenes Papier verwenden**. Die Klausuraufsicht teilt auf Anfrage **zusätzlich leere Blätter** aus.
5. Taschenrechner sind als Hilfsmittel **n i c h t** erlaubt!
6. Es sind **keine Unterlagen** zur Lösung dieser Klausur zugelassen!
7. Bearbeitungszeit: **150 min**.
8. Bitte **keinen Bleistift** verwenden!

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 1
--	---	----------

Inhaltsverzeichnis

1	Nachrichtenkanäle	3
2	Analoge Modulation - AM	6
3	Analoge Modulation und PAM	9
4	Kanalcodierung	13
5	PAM/PCM	18
6	Binäre Basisbandübertragung	21
7	Binäre Modulation	26
8	Entzerrung eines Datensignals	29

1 Nachrichtenkanäle**10 Punkte**

Amplitudenverzerrungen

1.1 Gehen Sie von einem Nachrichtenkanal mit cosinusförmiger Welligkeit im Amplitudengang und mit einem linearen Phasengang aus! 2 P

a) Geben Sie die dazugehörige Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ und die Impulsantwort $h(t)$ an! 1 P

$$H(j\omega) = [1 + a \cos(\alpha\omega)] e^{-j\omega t_0} \quad (1)$$

$$h(t) = \delta(t - t_0) + \frac{a}{2} [\delta(t - t_0 + \alpha) + \delta(t - t_0 - \alpha)] \quad (2)$$

$$(3)$$

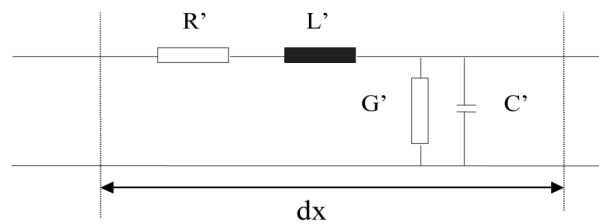
b) Geben Sie weiterhin den Zusammenhang zwischen einem Eingangssignal $u(t)$ und dem Ausgangssignal $y(t)$ dieses Kanals an! Benennen Sie das Phänomen, welches im Ergebnis des Ausgangssignals erkennbar wird! 1 P

$$y(t) = u(t) * h(t) = u(t - t_0) + \frac{a}{2} [u(t - t_0 + \alpha) + u(t - t_0 - \alpha)] \quad (4)$$

Interpretation: Neben einer zeitverzögerten Variante des Eingangssignals, ist im Ausgangssignal auch ein symmetrisches Echopaar des Eingangssignals enthalten.

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 3</p>
--	--	-----------------

- 1.2 Erläutern Sie anhand des Ersatzschaltbildes eines **differentiellen Leitungsstücks** einer homogenen Leitung knapp die einzelnen Bauelemente! 2 P



R' : Widerstandsbelag (Widerstand je Längeneinheit)

L' : Induktivitätsbelag (Induktivität je Längeneinheit)

G' : Leitwert bezogen auf die Länge

C' : Kapazitätsbelag (Kapazität je Längeneinheit)

Rauschtemperaturen

- 1.3 Was bezeichnet die Rauschtemperatur einer Systemkomponente? 1 P

Die Rauschtemperatur ist eine äquivalente Angabe der Rauschleistung einer Systemkomponente. Hierbei wird die Rauschleistung für einen ohmschen Widerstand bei dieser Rauschtemperatur vergleichsweise herangezogen.

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 4
--	--	----------

- 1.4 Für einen Kanal kann die Rauschtemperatur T_K und für einen nachgeschalteten Verstärker die Rauschtemperatur T_V angenommen werden. Wie groß ist die Rauschtemperatur T_G für die zusammengefasste Betrachtung des Kanals mit dem Verstärker?

$$T_G = T_K + T_V$$

Mobilfunkkanäle

- 1.5 Welche Auswirkung hat der Mehrwege-Empfang und der Dopplereffekt auf einen Übertragungskanal für Mobilfunk? 1 P

Kanal ist zeitabhängig frequenzselektiv, so dass sich in Abhängigkeit von der Zeit die Frequenzlage sowie und die Dämpfung der Schwundeinbrüche ändert.

Digitale Kanalmodelle

- 1.6 Für die Modellierung eines Übertragungskanals der die verschiedene Bitfehlerwahrscheinlichkeiten $p_{\text{Bit,G}}$ und $p_{\text{Bit,B}}$ einnehmen kann, wurden durch Messungen ermittelt, dass die Wahrscheinlichkeit für den Übergang zwischen dem guten (G) in den schlechten (B) Kanalzustand 9 % beträgt und die Rückkehr vom Zustand B in den Zustand G mit 21 % wahrscheinlich ist. 3 P

- a) Skizzieren Sie das Kanalmodell und beschriften Sie es vollständig! 1 P
siehe Skript Bild 4.33 mit Gilbert-Elliot-Kanalmodell

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das Kanalmodell im guten bzw. im schlechten Zustand? 1 P

$$P(B) = \frac{9}{30}, P(G) = \frac{21}{30}$$

- c) Welche mittlere Bitfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich aufgrund dieses Kanalmodells, wenn für die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten $p_{\text{Bit,G}} = 3 \cdot 10^{-1}$ und $p_{\text{Bit,B}} = 3 \cdot 10^{-3}$ angenommen wird? 1 P

$$p_{\text{Bit}} = 0,0921$$

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 5</p>
--	--	-----------------

2 Analoge Modulation - AM**10 Punkte**

Analoge Entzerrung

- 2.1 Geben Sie die allgemeine Form des Trägersignals bei der analogen Modulation an und beschreiben Sie, welcher Teil dieses Signals für die Amplitudenmodulation (AM) gesteuert wird! 1 P

$$c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

$$AM: A_c = A_c[u(t)]$$

- 2.2 Gegeben sei folgendes Signal $u(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi f_u t)$ mit $f_u = 4\text{kHz}$. 8 P

- a) Zeichnen Sie das Spektrum des zweiseitenbandmodulierten Signals, wenn die Trägerfrequenz $f_c = 20\text{kHz}$ beträgt! Benennen Sie die Achsen vollständig! 2 P

$$\text{Hinweis: } a \cos(\omega_0 t) \leftrightarrow a\pi(\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))$$

- b) Der Tiefpass zur synchronen Demodulation sei im Übergangsbereich nicht ideal. Geben Sie an, in welchem Frequenzbereich f_{g1} bis f_{g2} sich dieser Übergangsbereich befinden darf, wenn die Demodulation ohne Frequenzversatz stattfindet! 1 P

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 6</p>
--	--	-----------------

- c) Der Frequenzversatz betrage nun genau 2 kHz. Zeichnen Sie das Spektrum des demodulierten Signals $u_{d,TP}(t)$ nach idealer TP-Filterung mit $f_g = 10\text{kHz}$! 1 P
- d) Skizzieren sie das Signal $u_{d,TP}(t)$ auch im Zeitbereich zwischen $0\text{ms} \leq t \leq 0,5\text{ms}$! 2 P
- e) Um Frequenzversatz zu umgehen, werde nun eine AM mit Träger zur Übertragung verwandt. Zeichnen Sie das Blockschaltbild einer solchen Modulation! 0,5 P
- f) Welche Art von Demodulation kann nun verwendet werden? Zeichnen Sie auch hierfür ein Blockschaltbild! 1 P

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 7
---	---	----------

g) Wie hoch muss die Amplitude des Trägers A_c für diese Art der Übertragung mindestens sein? 0,5 P

2.3 Die Zweiseitenbandmodulation stellt nur einen Sonderfall der Amplitudenmodulation dar. Welche Modulationsart bildet den allgemeinsten Fall der AM und warum? 1 P

Hinweis: Es geht hier nicht um die Frage nach dem Träger

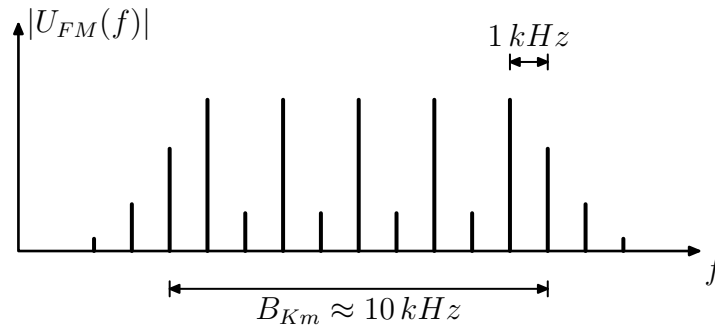
Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 8
---	---	----------

3 Analoge Modulation und PAM

10 Punkte

Frequenzmodulation

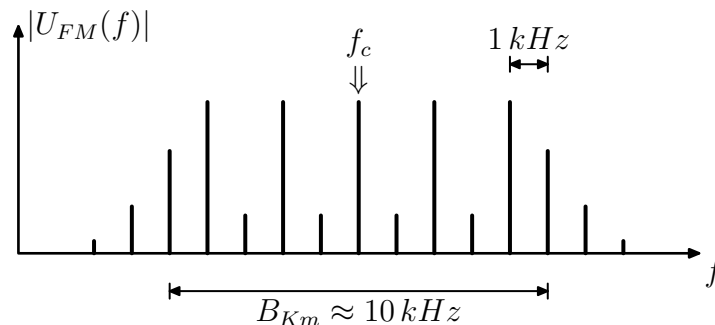
- 3.1 In der unteren Abbildung ist das FM-Spektrum einer Eintonmodulation mit $u(t) = \cos(\omega_u \cdot t)$ gegeben. 3 P



Dieses Spektrum ergibt sich mathematisch zu

$$U_{FM}(j\omega) = \pi \cdot \sum_{-\infty}^{\infty} J_k(\beta) \cdot [\delta(\omega - \omega_c - k \cdot \omega_u) + \delta(\omega + \omega_c + k \cdot \omega_u)] .$$

- a) Markieren Sie in der obigen Abbildung die Modulationsfrequenz f_c ! 0,5 P



- b) Machen Sie nach der Carson-Regel eine Abschätzung für β ! 2 P

Der Abstand der Linien entspricht $f_u = \frac{\omega_u}{2\pi}$ und damit der Basisbandbreite B_Q . Aus der Carson-Regel $B_{K_m} \approx 2B_Q \cdot (1 + \beta)$ folgt $\beta \approx \frac{B_{K_m}}{2B_Q} - 1$ wonach sich $\beta \approx \frac{10 \text{ kHz}}{2 \cdot 1 \text{ kHz}} - 1 = 4$ ergibt.

- c) Handelt es sich um eine Schmalband- oder eine Breitband-FM? Begründen Sie! 0,5 P

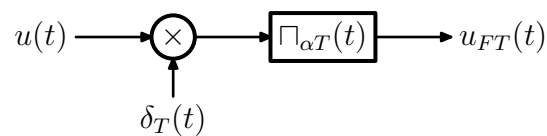
<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 9</p>
---	---	-----------------

Breitband-FM da $\beta \approx 4$ und somit größer 1 ist. Das kann auch direkt aus der Form des Spektrums geschlossen werden.

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 10
---	---	-----------

Pulsamplitudenmodulation (PAM)

- 3.2 Bei der Abtastung mit Signalverbreiterung (*flat top sampling*) wird auch das Basisbandspektrum verzerrt. Gegeben sei ein mit einer relativen Pulsbreite von α flat-top-gesampeltes Signal. Berechnen Sie ein Entzerrungsfiter, welches die Verzerrung durch das Flat-Top-Sampling kompensiert und nur das (entzerrte) Basisbandsignal durchlässt!
- a) Skizzieren Sie das Schema der Abtastung mit Signalverbreiterung (mit Multiplikator, Halteglied)! 1 P



- b) Geben Sie das Ausgangssignal im Zeitbereich $u_{FT}(t)$ einer *flat-top*-Abtastung von $u(t)$ in Abhängigkeit von Abtastfrequenz $f_T = \frac{1}{T}$ und Pulsbreiten $\alpha \cdot T$ an! 2 P

$$u_{FT}(t) = (u(t) \cdot \delta_T(t)) * \Gamma_{\alpha T}(t)$$

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 11</p>
---	---	------------------

- c) Wie lautet das Spektrum des Ausgangssignals $U_{FT}(j\omega)$? 2 P

Hinweis: $a\Pi_T(t) \circ \bullet aT \text{si}\left(\frac{T}{2}\omega\right)$

$\delta_T(t) \circ \bullet \omega_T \delta_{\omega_T}(\omega)$

$$\alpha \cdot \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{U}\left(j\left(\omega - k \cdot \frac{2\pi}{T}\right)\right) \right) \cdot \text{si}\left(\omega \cdot \frac{\alpha T}{2}\right)$$

- d) Wie lautet nun das gesuchte Entzerrerfilter $H(j\omega)$ im Frequenzbereich? (Zielkriterium ist $H(j\omega) \cdot U_{FT}(j\omega) = U(j\omega)$!) 2 P

$$H(j\omega) = \Pi_{\frac{2\pi}{T}} \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \text{si}\left(\omega \cdot \frac{\alpha T}{2}\right)}$$

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 12</p>
--	--	------------------

4 Kanalcodierung

10 Punkte

4.1 Gegeben seien folgende zulässige Codewörter eines (n, k) -Blockcodes: 6 P

c_1	c_2	c_3	i_1	i_2	i_3	j
0	0	0	0	0	0	
1	1	0	1	0	0	
0	1	1	0	0	1	
0	1	1	1	1	0	
1	0	1	0	1	0	
0	0	0	1	1	1	
1	1	0	0	1	1	
1	0	1	1	0	1	

- a) Nummerieren Sie in der Spalte j die Codewörter nach aufsteigender Wertigkeit und geben Sie an, ob es sich um einen systematischen Code handelt! 1 P
Hinweis: Die Binär-Darstellung erfolgt in Big-Endian bzw. das MSB (most significant bit) steht links.

c_1	c_2	c_3	i_1	i_2	i_3	j
0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	5
0	1	1	0	0	1	2
0	1	1	1	1	0	7
1	0	1	0	1	0	3
0	0	0	1	1	1	8
1	1	0	0	1	1	4
1	0	1	1	0	1	6

- b) Geben Sie für diesen Blockcode n und k an! Bestimmen Sie zusätzlich die Coderate r ! 1 P
 $n = 6, k = 3$
 $r = \frac{k}{n} = \frac{1}{2}$
- c) Wie viele Codewörter des Blockcodes sind zulässig und wie viele sind unzulässig? 1 P

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 13
--	--	-----------

zulässig: 8

unzulässig: $2^6 - 8 = 64 - 8 = 56$

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 14</p>
--	--	------------------

- d) Handelt es sich bei dem gegebenen Code um einen *zyklischen* Blockcode? Die Antwort ist zu begründen! 1 P

Der Code ist nicht zyklisch, da durch zyklische Verschiebung der Stellen der Codewörter sich keine zulässigen Codewörter ergeben.

- e) Geben Sie für eine etwaige algebraische Codierung die zu verwendende Paritätsmatrix \mathbf{P} an! 1 P

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- f) Wie groß ist der minimale Hammingabstand d_{\min} für diesen linearen Blockcode? Wie viele Fehler lassen sich demnach korrigieren oder etwa erkennen? Entsprechende Gleichungen sind anzugeben! 1 P

*Minimales Codewortgewicht des linearen Codes ist gleich 3. Somit ist $d_{\min} = 3$
Bis zu 2 Fehler können erkannt und bis zu 1 Fehler kann korrigiert werden.*

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 15
--	--	-----------

Zyklische Redundanzprüfcodes

- 4.2 Gegeben ist das Generatorpolynom $g(D) = 1 \oplus D^2 \oplus D^5$ (binäre Darstellung: 100101, MSB entspricht höchstem Polynomgrad). Empfangen wurde ein Vektor $\mathbf{a} = [\mathbf{i} \mid \mathbf{r}] = [10011 \mid 10101]$. Ist dieser Vektor korrekt empfangen worden? 1 P

Der Vektor \mathbf{a} wurde korrekt empfangen!

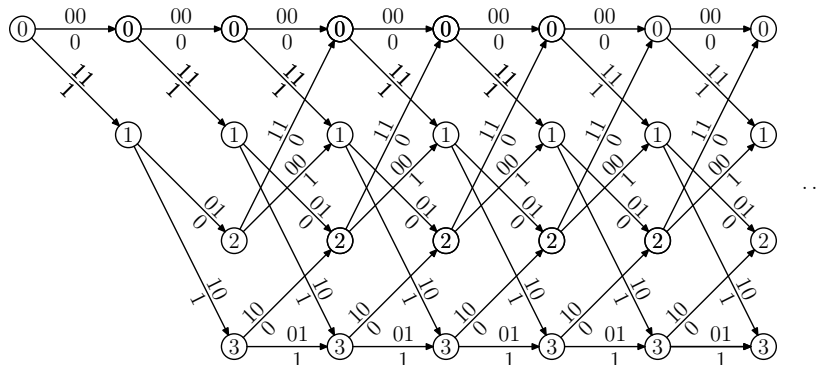
- 4.3 Welche verschiedenen Fehler können zyklische Redundanzprüfcodes (CRC) erkennen? 1 P

alle Kombinationen von $d_{\min} - 1$ Fehlern, Fehlerbursts der Länge $n - k$, sowie etliche längere Fehlerbursts

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 16
---	---	-----------

Faltungscodes

- 4.4 Es sei ein Faltungscode mit dem zugehörigen Codiertrellis aus der folgenden Abbildung gegeben. 2 P



Für die empfangene Kanalbitfolge $[00\ 11\ 01\ 10\ 10\ 10]$ soll nach dem Viterbi-Algorithmus bei einer Rückverfolgungslänge $L = 2$ die Decodierung vorgenommen werden.

Hinweis: Konstruieren Sie sich ein Decodiertrellis und nutzen Sie es zur Ermittlung der decodierten Bitfolge. Berücksichtigen Sie die Rückverfolgungslänge L .

010110 wird empfangen. Bitfehler im 7. Bit.

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 17</p>
--	--	------------------

5 PAM/PCM*10 Punkte**

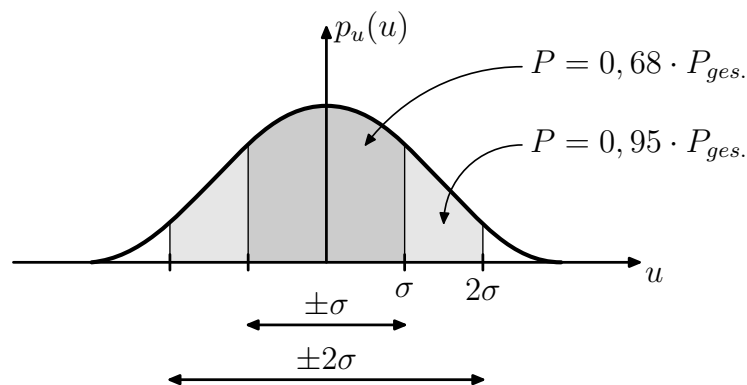
Pulsamplitudenmodulation (Spiegelungs-Effekte)

- *5.1** In einem Westernfilm (25 Bilder pro Sekunde) scheinen die Räder (10 Speichen, $4/\pi$ Meter Durchmesser) einer sich beschleunigenden Postkutsche zu einem bestimmten Zeitpunkt still zu stehen. Wie groß ist mindestens die Geschwindigkeit der Kutsche (Angabe in km/h)? **2,5 P**

$$v = 36 \text{ km/h}$$

Pulsocodemodulation (Quantisierung)

- *5.2** Gegeben sei ein gaussverteiltes mittelwertfreies Nachrichtensignal $u(t)$ mit einer Bandbreite von $B_q = 20 \text{ kHz}$, einer Standardabweichung von $\sigma_u = 2 \text{ V}$ und der folgenden Amplitudendichteverteilung: **7,5 P**



- a) Bestimmen Sie die maximale Aussteuerungsgrenze u_{\max} des Quantisierers, wenn die Wahrscheinlichkeit der Überlast des Quantisierers kleiner als 0,004 sein soll! **2,5 P**

s. Rechenübung

$$u_{\max} > 2,88 \cdot \sigma_u = 5,76 \text{ V}$$

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 18
---	---	-----------

- b) Es werde nun ein Quantisierer mit $u_{\max} = 5 \text{ V}$ verwendet. Bestimmen Sie die Überlastungswahrscheinlichkeit! 1,5 P

s. Rechenübung

$$P(\text{Überlast})|_{\frac{u_{\max}}{\sigma_u}=2,5} = 2 \cdot [1 - 0,9938] = 0,0124$$

- c) Berechnen Sie den Signal-Rausch-Abstand (SNR) bei einem Quantisierungsrauschen von $P_q = 0,5 \text{ V}^2$ und $u_{\max} = 5 \text{ V}$! 1,5 P

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= 10 \log \left(\frac{P_u}{P_q} \right) = 10 \log \left(\frac{u_{\max}^2 / 2,5^2}{0,5 \text{ V}^2} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{4 \text{ V}^2}{0,5 \text{ V}^2} \right) = 10 \log (2^3) \\ &= 30 \log (2) = 9,03 \text{ dB} \end{aligned}$$

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 19
---	---	-----------

- d) Berechnen Sie die Anzahl der Bits m des Quantisierers, wenn ein minimaler SNR von 14 dB gefordert wird! 2 P

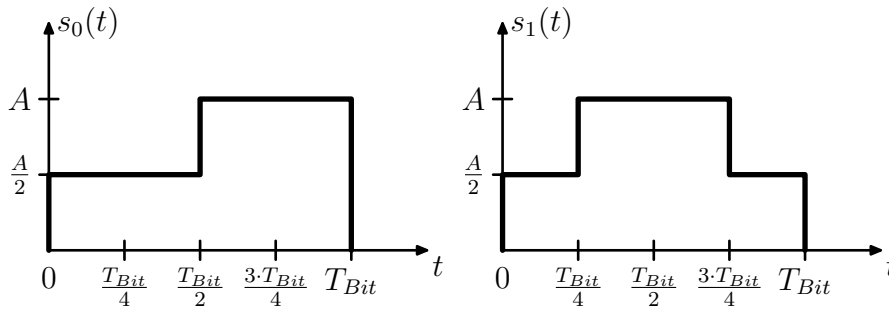
$$\begin{aligned}\text{SNR} &= 10 \log \left(\frac{P_u}{P_q} \right) = 10 \log \left(\frac{\sigma_u^2}{\Delta^2/12} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{\sigma_u^2}{4u_{\max}^2/M \cdot 12} \right) = 10 \log \left(\frac{4V^2}{100V^2/2^{2m} \cdot 12} \right) \\ &= 20m \log(2) + 10 \log(12/25) = 6,02m - 3,2 > 14 \text{ dB} \Rightarrow m = 3\end{aligned}$$

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 20
---	---	-----------

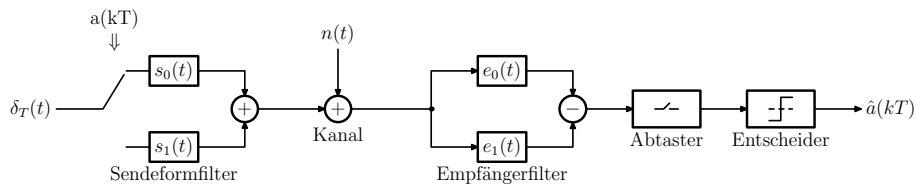
6 Binäre Basisbandübertragung

10 Punkte

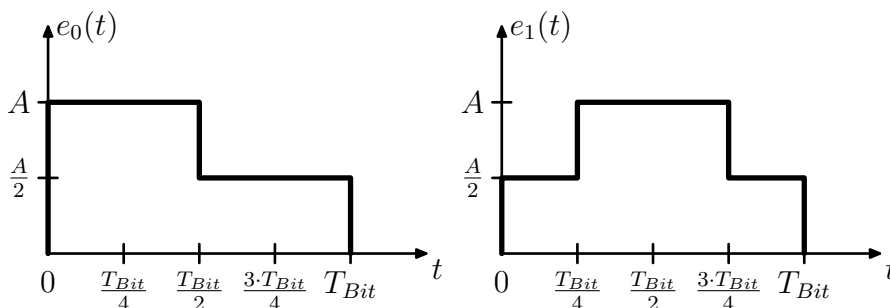
Gegeben sei eine bipolare Basisbandübertragungstrecke mit optimaler Empfängerstruktur (SAF). Auf dem Kanal soll das Signal eine additive gaußverteilte Rauschstörung erfahren, so dass das resultierende Kanal-SNR $\frac{E_B}{N_0} = 2$ ist. Die Sendeimpulse $s_0(t)$ und $s_1(t)$ sind unten dargestellt.



6.1 Zeichnen Sie das Blockschaltbild dieser Übertragungstrecke und benennen Sie die einzelnen Blöcke! 2 P



6.2 Skizzieren Sie die Impulsantworten der optimalen Empfangsfiler $e_0(t)$ und $e_1(t)$! 1 P



<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 21</p>
--	--	------------------

- 6.3 Zeigen Sie *allgemein*, dass bei Abwesenheit von Kanalstörungen und Verwendung von optimal signalangepassten Empfängerstrukturen der Abtastwert beim Entscheider zum optimalen Abtastzeitpunkt die Bitenergie E_B ist! 2 P

Gefragt ist $s_{0/1}(t) * e_{0/1}(t)$ zum Zeitpunkt $t = T_{\text{Bit}}$. Mit $e_{0/1}(t) = s_{0/1}(T_{\text{Bit}} - t)$ folgt

$$\begin{aligned} s_{0/1}(t) * s_{0/1}(T - t) &= \int_{-\infty}^{\infty} s_{0/1}(\tau) \cdot s_{0/1}(T_{\text{Bit}} - (t - \tau)) \, d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s_{0/1}(\tau) \cdot s_{0/1}(\tau + T_{\text{Bit}} - t) \, d\tau \end{aligned}$$

was mit $t = T_{\text{Bit}}$ zu

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{\infty} s_{0/1}(\tau) \cdot s_{0/1}(\tau) \, d\tau \\ &= E_B \end{aligned}$$

wird.

- 6.4 Wie sieht das optimale Sendesignal $s_{1,\text{opt}}(t)$ zu dem oben skizzierten $s_0(t)$ aus? Begründen Sie kurz Ihre Wahl! 1,5 P

Die zu minimierende Bitfehlerwahrscheinlichkeit berechnet sich zu

$$p_{\text{Bit}} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{E_B}{2N_0} (1 - \rho_{01}) \right)$$

und wird minimal wenn ρ_{01} minimal mit $\rho_{01} = -1$ wird. Somit ist im optimalen Fall $s_1(t) = -s_0(t)$.

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 22</p>
---	---	------------------

- 6.5 Mit welcher alternativen Empfangsstruktur kann das Ergebnis eines SAF noch erzeugt werden? 0,5 P

Mit Hilfe eines Korrelationsempfängers.

- 6.6 Wie groß ist die Bitfehlerrate p_{Bit} bei dem in der Aufgabenstellung gegebenen Szenario? (Achtung: $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$!) 3 P

Die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für den bipolaren Fall berechnet sich zu

$$p_{\text{Bit}} = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left(\frac{E_B}{2N_0} (1 - \rho_{01}) \right)$$

wenn die Sendesignale – wie in diesem Fall offensichtlich gegeben – die gleiche Energie besitzen. Der Kanal-SNR ist in der Aufgabenstellung mit $\frac{E_B}{N_0} = 2$ gegeben. Die zur Lösung jetzt noch benötigte Größe ist die Korrelation zwischen den Sendesignalen

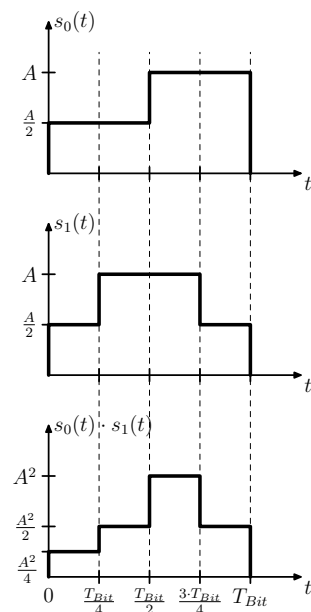
$$\rho_{01} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} s_0(t) \cdot s_1(t) dt}{E_B}$$

Die Bitenergie E_B kann leicht durch graphische Integration von $s_0(t)^2$ berechnet werden:

$$\begin{aligned} E_B &= \int_0^{\frac{T_{\text{Bit}}}{2}} \left(\frac{A}{2} \right)^2 dt + \int_{\frac{T_{\text{Bit}}}{2}}^{T_{\text{Bit}}} (A)^2 dt \\ &= \frac{T_{\text{Bit}}}{2} \cdot \left(\frac{A^2}{4} + A^2 \right) \\ &= A^2 \cdot T_{\text{Bit}} \cdot \frac{5}{8} \end{aligned}$$

Das Produkt von $s_0(t)$ und $s_1(t)$ kann ebenfalls schnell graphisch bestimmt werden:

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 23</p>
--	--	------------------



Das Integral kann somit in die Teilintegrale

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} s_0(t) \cdot s_1(t) dt &= \int_0^{\frac{T_{\text{Bit}}}{4}} \frac{A^2}{4} dt + \int_{\frac{T_{\text{Bit}}}{4}}^{\frac{T_{\text{Bit}}}{2}} \frac{A^2}{2} dt + \int_{\frac{T_{\text{Bit}}}{2}}^{\frac{3 \cdot T_{\text{Bit}}}{4}} A^2 dt + \int_{\frac{3 \cdot T_{\text{Bit}}}{4}}^{T_{\text{Bit}}} \frac{A^2}{2} dt \\
 &= \frac{A^2}{4} \cdot \frac{T}{4} + \frac{A^2}{2} \cdot \frac{T}{2} + A^2 \cdot \frac{T}{4} \\
 &= A^2 \cdot T_{\text{Bit}} \cdot \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \\
 &= A^2 \cdot T_{\text{Bit}} \cdot \frac{9}{16}
 \end{aligned}$$

zerlegt und gelöst werden. Damit ergibt sich

$$\rho_{01} = \frac{\frac{9}{16}}{\frac{10}{16}} = 0.9$$

. Damit ist das Argument der $\text{erfc}()$ -Funktion

$$\begin{aligned}
 \frac{E_B}{2N_0} (1 - \rho_{01}) &= \frac{\text{SNR}}{2} \cdot (1 - 0.9) \\
 &= 0.1
 \end{aligned}$$

Dieser Wert kann in der Tabelle nachgeschlagen werden. Man erhält $\text{erf}(0.1) = 0,1124629$. Mit der Beziehung $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$ erhält man schließlich den korrespondierenden Wert der $\text{erfc}()$ -Funktion zu $0,88754$, der mit $\frac{1}{2}$ multipliziert die gesuchte Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu $p_{\text{Bit}} = 0,44377$ ergibt.

<p>Technische Universität Berlin</p> <p>Fachgebiet Nachrichtenübertragung</p> <p>Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet</p> <p>Nachrichtenübertragung</p> <p>am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 24</p>
---	--	------------------

x	erf(x)	x	erf(x)	x	erf(x)	x	erf(x)	x	erf(x)	x	erf(x)	x	erf(x)
0,00	0,00000000	0,61	0,6116812	1,22	0,9155336	1,83	0,9903468	2,44	0,9994408	3,05	0,9999839	3,66	0,9999997
0,01	0,0112834	0,62	0,6194114	1,23	0,9180500	1,84	0,9907359	2,45	0,9994694	3,06	0,9999849	3,67	0,9999997
0,02	0,0225664	0,63	0,6270464	1,24	0,9205051	1,85	0,9911110	2,46	0,9994966	3,07	0,9999858	3,68	0,9999998
0,03	0,0338412	0,64	0,6345858	1,25	0,9229001	1,86	0,9914724	2,47	0,9995225	3,08	0,9999867	3,69	0,9999998
0,04	0,0451111	0,65	0,6420293	1,26	0,9252359	1,87	0,9918207	2,48	0,9995472	3,09	0,9999875	3,70	0,9999998
0,05	0,0563719	0,66	0,6493766	1,27	0,9275136	1,88	0,9921562	2,49	0,9995707	3,10	0,9999883	3,71	0,9999998
0,06	0,0676215	0,67	0,6566277	1,28	0,9297341	1,89	0,9924793	2,50	0,9995930	3,11	0,9999890	3,72	0,9999998
0,07	0,0788577	0,68	0,6637821	1,29	0,9318986	1,90	0,9927904	2,51	0,9996142	3,12	0,9999897	3,73	0,9999998
0,08	0,0900781	0,69	0,6708400	1,30	0,9340079	1,91	0,9930899	2,52	0,9996345	3,13	0,9999904	3,74	0,9999998
0,09	0,1012805	0,70	0,6778011	1,31	0,9360631	1,92	0,9933782	2,53	0,9996537	3,14	0,9999910	3,75	0,9999998
0,10	0,1124629	0,71	0,6846652	1,32	0,9380651	1,93	0,9936556	2,54	0,9996719	3,15	0,9999916	3,76	0,9999998
0,11	0,1236229	0,72	0,6914328	1,33	0,9400150	1,94	0,9939225	2,55	0,9996893	3,16	0,9999921	3,77	0,9999999
0,12	0,1347583	0,73	0,6981037	1,34	0,9419137	1,95	0,9941793	2,56	0,9997058	3,17	0,9999926	3,78	0,9999999
0,13	0,1458671	0,74	0,7046778	1,35	0,9437621	1,96	0,9944262	2,57	0,9997215	3,18	0,9999931	3,79	0,9999999
0,14	0,1569470	0,75	0,7111554	1,36	0,9455614	1,97	0,9946637	2,58	0,9997364	3,19	0,9999935	3,80	0,9999999
0,15	0,1679959	0,76	0,7175365	1,37	0,9473123	1,98	0,9948920	2,59	0,9997505	3,20	0,9999939	3,81	0,9999999
0,16	0,1790118	0,77	0,7238214	1,38	0,9490160	1,99	0,9951114	2,60	0,9997639	3,21	0,9999943	3,82	0,9999999
0,17	0,1899924	0,78	0,7300102	1,39	0,9506732	2,00	0,9953222	2,61	0,9997767	3,22	0,9999947	3,83	0,9999999
0,18	0,2009358	0,79	0,7361032	1,40	0,9522851	2,01	0,9955248	2,62	0,9997888	3,23	0,9999950	3,84	0,9999999
0,19	0,2118398	0,80	0,7421007	1,41	0,9538524	2,02	0,9957194	2,63	0,9998002	3,24	0,9999954	3,85	0,9999999
0,20	0,2227025	0,81	0,7480031	1,42	0,9553761	2,03	0,9959063	2,64	0,9998111	3,25	0,9999957	3,86	0,9999999
0,21	0,2335219	0,82	0,7538105	1,43	0,9568572	2,04	0,9960858	2,65	0,9998215	3,26	0,9999959	3,87	0,9999999
0,22	0,2442959	0,83	0,7595236	1,44	0,9582965	2,05	0,9962581	2,66	0,9998313	3,27	0,9999962	3,88	0,9999999
0,23	0,2550226	0,84	0,7651425	1,45	0,9596950	2,06	0,9964234	2,67	0,9998406	3,28	0,9999964	3,89	0,9999999
0,24	0,2657000	0,85	0,7706679	1,46	0,9610535	2,07	0,9965821	2,68	0,9998494	3,29	0,9999967	3,90	0,9999999
0,25	0,2763263	0,86	0,7761001	1,47	0,9623728	2,08	0,9967344	2,69	0,9998577	3,30	0,9999969	3,91	0,9999999
0,26	0,2868997	0,87	0,7814397	1,48	0,9636540	2,09	0,9968804	2,70	0,9998656	3,31	0,9999971	3,92	0,9999999
0,27	0,2974182	0,88	0,7866872	1,49	0,9648978	2,10	0,9970205	2,71	0,9998731	3,32	0,9999973	3,93	0,9999999
0,28	0,3078800	0,89	0,7918431	1,50	0,9661051	2,11	0,9971548	2,72	0,9998802	3,33	0,9999975	3,94	0,9999999
0,29	0,3182835	0,90	0,7969081	1,51	0,9672767	2,12	0,9972836	2,73	0,9998869	3,34	0,9999976	3,95	0,9999999
0,30	0,3286267	0,91	0,8018827	1,52	0,9684134	2,13	0,9974070	2,74	0,9998933	3,35	0,9999978	3,96	0,9999999
0,31	0,3389081	0,92	0,8067676	1,53	0,9695162	2,14	0,9975252	2,75	0,9998993	3,36	0,9999979	3,97	0,9999999
0,32	0,3491259	0,93	0,8115634	1,54	0,9705856	2,15	0,9976386	2,76	0,9999050	3,37	0,9999981	3,98	0,9999999
0,33	0,3592786	0,94	0,8162709	1,55	0,9716227	2,16	0,9977475	2,77	0,9999104	3,38	0,9999982	3,99	0,9999999
0,34	0,3693645	0,95	0,8208907	1,56	0,9726281	2,17	0,9978511	2,78	0,9999155	3,39	0,9999983	4,00	0,9999999
0,35	0,3793820	0,96	0,8254235	1,57	0,9736026	2,18	0,9979506	2,79	0,9999204	3,40	0,9999984	4,01	0,9999999
0,36	0,3893297	0,97	0,8298702	1,58	0,9745470	2,19	0,9980459	2,80	0,9999249	3,41	0,9999985	4,02	0,9999999
0,37	0,3992059	0,98	0,8342314	1,59	0,9754620	2,20	0,9981371	2,81	0,9999293	3,42	0,9999986	4,03	0,9999999
0,38	0,4090094	0,99	0,8385080	1,60	0,9763483	2,21	0,9982244	2,82	0,9999333	3,43	0,9999987	4,04	0,9999999
0,39	0,4187387	1,00	0,8427007	1,61	0,9772068	2,22	0,9983079	2,83	0,9999372	3,44	0,9999988	4,05	0,9999999
0,40	0,4283923	1,01	0,8468104	1,62	0,9780380	2,23	0,9983878	2,84	0,9999409	3,45	0,9999989	4,06	0,9999999
0,41	0,4379690	1,02	0,8508379	1,63	0,9788428	2,24	0,9984642	2,85	0,9999443	3,46	0,9999990	4,07	0,9999999
0,42	0,4474676	1,03	0,8547841	1,64	0,9796217	2,25	0,9985372	2,86	0,9999476	3,47	0,9999990	4,08	0,9999999
0,43	0,4568866	1,04	0,8586499	1,65	0,9803755	2,26	0,9986071	2,87	0,9999506	3,48	0,9999991	4,09	0,9999999
0,44	0,4662251	1,05	0,8624360	1,66	0,9811049	2,27	0,9986738	2,88	0,9999535	3,49	0,9999992	4,10	0,9999999
0,45	0,4754817	1,06	0,8661435	1,67	0,9818104	2,28	0,9987376	2,89	0,9999563	3,50	0,9999992	4,11	0,9999999
0,46	0,4846553	1,07	0,8697732	1,68	0,9824927	2,29	0,9987986	2,90	0,9999589	3,51	0,9999993	4,12	0,9999999
0,47	0,4937450	1,08	0,8733261	1,69	0,9831525	2,30	0,9988568	2,91	0,9999613	3,52	0,9999993	4,13	0,9999999
0,48	0,5027496	1,09	0,8768030	1,70	0,9837904	2,31	0,9989124	2,92	0,9999636	3,53	0,9999994	4,14	1,0000000
0,49	0,5116682	1,10	0,8802050	1,71	0,9844070	2,32	0,9989655	2,93	0,9999658	3,54	0,9999994	4,15	1,0000000
0,50	0,5204998	1,11	0,8835329	1,72	0,9850028	2,33	0,9990161	2,94	0,9999678	3,55	0,9999994	4,16	1,0000000
0,51	0,5292436	1,12	0,8867878	1,73	0,9855785	2,34	0,9990645	2,95	0,9999698	3,56	0,9999995	4,17	1,0000000
0,52	0,5378986	1,13	0,8899706	1,74	0,9861345	2,35	0,9991107	2,96	0,9999716	3,57	0,9999995	4,18	1,0000000
0,53	0,5464640	1,14	0,8930823	1,75	0,9866716	2,36	0,9991547	2,97	0,9999733	3,58	0,9999995	4,19	1,0000000
0,54	0,5549392	1,15	0,8961238	1,76	0,9871902	2,37	0,9991967	2,98	0,9999749	3,59	0,9999996	4,20	1,0000000
0,55	0,5633233	1,16	0,8990961	1,77	0,9876909	2,38	0,9992368	2,99	0,9999764	3,60	0,9999996	4,21	1,0000000
0,56	0,5716157	1,17	0,9020003	1,78	0,9881741	2,39	0,9992750	3,00	0,9999779	3,61	0,9999996	4,22	1,0000000
0,57	0,5798158	1,18	0,9048374	1,79	0,9886405	2,40	0,9993114	3,01	0,9999792	3,62	0,9999996	4,23	1,0000000
0,58	0,5879229	1,19	0,9076082	1,80	0,9890905	2,41	0,9993462	3,02	0,9999805	3,63	0,9999997	4,24	1,0000000
0,59	0,5959365	1,20	0,9103139	1,81	0,9895245	2,42	0,9993792	3,03	0,9999817	3,64	0,9999997	4,25	1,0000000
0,60	0,6038560	1,21	0,9129554	1,82	0,9899431	2,43	0,9994108	3,04	0,9999828	3,65	0,9999997	4,26	1,0000000

Technische Universität Berlin

Fachgebiet Nachrichtenübertragung

Prof. Dr.-Ing. T. Sikora

Gesamtklausur im Lehrgebiet

Nachrichtenübertragung

am 23.02.2006

Blatt: 25

7 Binäre Modulation**10 Punkte**

- 7.1 Ein digitales Audiosignal soll mit 92 kbit/s über einen bandbegrenzten HF-Kanal übertragen werden. Zur Übertragung werde ein binäres Modulationsverfahren eingesetzt. Um die zeitliche Ausdehnung der Sendeimpulse zu reduzieren werden raised-cosine (\cos^2)-Sendeformfilter im Basisband verwendet. Welche Bandbreite muss der Kanal mindestens haben und wie groß ist dann die Kanalausnutzung? 2 P
- 7.2 Amplitudentastung - ASK 4 P
- a) Geben sie die allgemeine Gleichung beim on-off-keying für die Sendeimpulse $s_{m0}(t)$ und $s_{m1}(t)$ an! 1 P
- b) Zeichnen Sie jeweils das Blockschaltbild von zwei möglichen Realisierungen der ASK durch Harttastung! 2 P

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 26
---	---	-----------

c) Zeichnen Sie die Signalraumdarstellung für die ASK und tragen Sie die Entscheiderschwelle ein! 1 P

7.3 Phasenumtastung - BPSK 3 P

a) Zeichnen Sie das BPSK-modulierte Signal der binären Folge "010011"! 0,5 P

b) Die BPSK kann auch mit Hilfe eines simplen ASK-Modulators durchgeführt werden. Welche Eigenschaft müssen die Basisbandimpulse dafür aufweisen? 0,5 P

c) Warum ist im Gegensatz zur ASK eine nichtkohärente Demodulation bei der BPSK nicht sinnvoll? 1 P

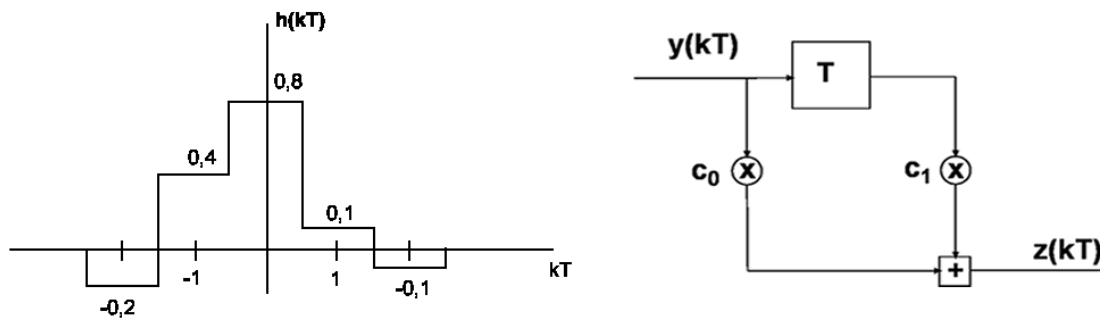
<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 27</p>
---	---	------------------

- d) Zeichnen Sie die Signalraumdarstellung für die BPSK und tragen Sie auch hier die Entscheiderschwelle ein! 1 P
- 7.4 Vergleichen Sie qualitativ die ASK (kohärent), BPSK, FSK (kohärent) und MSK bezüglich ihrer Fehlerrobustheit bei gleichem Kanal-SNR! 1 P

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 28
---	---	-----------

8 Entzerrung eines Datensignals*10 Punkte**

Gegeben seien die folgende Impulsantwort eines Übertragungskanal und das folgende Entzerrungsfilter:



***8.1 Berechnen Sie die Datenverzerrung des Kanals!**

0,5 P

$$D = \frac{0,2 + 0,4 + 0,8 + 0,1 + 0,1}{0,8} = 1$$

***8.2 Über den Kanal soll die Bitfolge $b(kT) = 1,0,1,0,1,0,\dots$ übertragen werden. Skizzieren Sie das Empfangssignal $y(kT) = \sum_n b(nT) \cdot h[(k-n)T]$ für $-2 \leq k \leq 6$!**

1,5 P

s. Rechenübung

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 29</p>
---	---	------------------

***8.3 Berechnen Sie die Filterkoeffizienten, so dass ...** **2 P**

a) ... ein Vorläufer kompensiert wird! **1 P**

s. Rechenübung

$$c_0 = -\frac{2}{3}, c_1 = \frac{4}{3}$$

b) ... ein Nachläufer kompensiert wird! **1 P**

s. Rechenübung

$$c_0 = \frac{4}{3}, c_1 = -\frac{1}{6}$$

***8.4 Berechnen Sie die Ausgangssignale des Entzerrers ($z(-2T)$ bis $z(3T)$) für den Fall, dass ...** **3 P**

a) ... ein Vorläufer kompensiert wird! **1,5 P**

$$\begin{aligned}z(-2T) &= \frac{2}{15} \\z(-T) &= -\frac{8}{15} \\z(0) &= 0 \\z(T) &= 1 \\z(2T) &= \frac{1}{5} \\z(3T) &= -\frac{2}{15}\end{aligned}$$

b) ... ein Nachläufer kompensiert wird! **1,5 P**

$$\begin{aligned}z(-2T) &= -\frac{4}{15} \\z(-T) &= \frac{17}{30} \\z(0) &= 1 \\z(T) &= 0 \\z(2T) &= -\frac{3}{20} \\z(3T) &= \frac{1}{60}\end{aligned}$$

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006	Blatt: 31
---	---	-----------

- *8.5 Berechnen Sie die Datenverzerrung für beide Fälle (Vor- bzw. Nachläuferkompensation) und erläutern Sie kurz, ob sich die Entzerrung überhaupt gelohnt hat! 1 P**

$D=1$ (jeweils) \Rightarrow Eher nicht, da verstärkt weiter entfernt liegende Vor- bzw. Nachläufer auftreten ...

- *8.6 Skizzieren Sie die Ausgangssignale des Entzerrers für beide Fälle ($y(kT) = h(kT)$)! 2 P**

siehe Rechenübung

<p>Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Gesamtklausur im Lehrgebiet Nachrichtenübertragung am 23.02.2006</p>	<p>Blatt: 32</p>
---	---	------------------