

Hints for preparing for the exam
“Numerical Mathematics II for Engineers”
Winter Semester 2012/13
Jörg Liesen (24.01.2013)

The oral exam takes approximately 30 minutes; it can be taken in English or German. All topics from the course are relevant: General classification of PDEs and boundary conditions, finite difference and finite element methods (derivation, analysis and implementation of these methods), and solvers for the discretized PDEs.

Below is a list of typical exam questions. Of course, the questions in the actual exam may be asked differently, and there may be other questions addressing additional topics.

- General theory (Allgemeine Theorie):
 - What is the general form of a linear PDE of second order?
(Wie sieht die allgemeine Form einer linearen partiellen DGL zweiter Ordnung aus?)
 - What are the three different standard types of PDEs and how are they determined from the general form?
(Welche Standardtypen gibt es und wie liest man diese an der allgemeinen Form ab?)
 - What are the types of boundary conditions discussed in the course?
(Welche Typen von Randbedingungen wurden in der Vorlesung behandelt?)
 - What is the general form of a linear elliptic PDE?
(Was ist die Form einer allgemeinen linearen elliptischen partiellen DGL?)

- Finite differences (Finite Differenzen):
 - How are these methods derived?
(Wie werden diese Verfahren hergeleitet?)
 - What are one-sided and central differences?
(Was sind einseitige bzw. zentrale Differenzen?)
 - What are properties of the resulting linear algebraic systems; under what conditions is the matrix symmetric?
(Wie sehen die linearen Gleichungssysteme typischerweise aus; unter welchen Bedingungen ist die Systemmatrix symmetrisch?)
 - What are convergence and consistency orders of finite difference methods?
(Was sind Konvergenz- und Konsistenzordnung von finiten Differenzen?)
 - What does stability mean for a finite difference method and when does such a method converge?
(Was bedeutet Stabilität einer finiten Differenzen Methode und wann konvergiert eine solche Methode?)
 - What is the classical 5-point-stencil, and what are the properties of the resulting matrix?
(Was ist der “klassische Fünfpunktstern” und was sind Eigenschaften der resultierenden Matrix?)

- How are general domains and Neumann boundary conditions treated in the finite difference method?
(Wie behandelt man ein allgemeines Gebiet und die Neumann Randbedingung in der finiten Differenzen Methode?)
- What are typical consistency and convergence orders of standard discretizations of the Poisson equation?
(Was sind typische Konsistenz- und Konvergenzordnungen von Diskretisierungen der Poisson-Gleichung?)
- What are advantages and disadvantages of finite difference methods?
Was sind Vor- und Nachteile finiter Differenzen?
- Finite elements (Finite Elemente):
 - What is the variational formulation of a (linear, elliptic) PDE?
(Was ist die Variationsformulierung einer (linearen, elliptischen) PDG.)
 - What are the Galerkin method and the Ritz methods, and what are theoretical properties of these methods?
(Was sind das Galerkin und das Ritz Verfahren und welches sind theoretische Eigenschaften dieser Verfahren?)
 - What are the ideas of finite elements and what are essential differences to the finite difference method?
(Was sind die Ideen der finiten Elemente und welches sind die wichtigsten Unterschiede zu den finiten Differenzen?)
 - How are Dirichlet and Neumann boundary conditions treated in the finite element method?
(Wie werden Dirichlet und Neumann Randbedingungen bei finite Elemente Diskretisierungen berücksichtigt?)
 - What are examples of finite elements discussed in the course?
(Welche Beispiele finiter Elemente wurden in der Vorlesung besprochen?)
 - What functions spaces are typically used in the derivation and analysis of finite element methods, and why are these spaces used?
(Welche Funktionenräume werden im Zusammenhang mit finiten Elementen typischerweise benutzt und warum benutzt man diese?)
 - How are the linear algebraic systems assembled (what are the ideas of form functions and numerical quadrature)?
(Wie werden die linearen Gleichungssysteme aufgestellt (was sind die Ideen von Formfunktionen und numerischer Quadratur)?)
 - When is the system matrix symmetric, and when is it positiv definite?
(Wann ist die Systemmatrix symmetrisch und wann positiv definit?)
 - What is the content of the Theorem of Lax & Milgram and of Céa's Lemma?
(Was sagen der Satz von Lax & Milgram und das Lemma von Ceá aus?)
 - What is an example satisfying the conditions of Lax & Milgram satisfied?
(Welches ist ein Beispiel, in dem die Voraussetzungen von Lax & Milgram erfüllt sind?)

- What are typical conditions under which one can prove convergence of finite element methods a priori?
(Unter welchen typischen Annahmen kann man die Konvergenz von finite Elemente Diskretisierungen a priori beweisen?)
 - Which norms are typically used in such convergence proofs and what is an example of a standard a priori convergence bound?
(Welche Normen werden typischerweise in solchen Konvergenzbeweisen benutzt und was ist ein Beispiel fuer ein typisches Konvergenzresultat?)
 - What is an a posteriori error bound?
(Was ist eine a posteriori Fehlerschranke?)
- Solution of linear algebraic systems (Lösung linearer Gleichungssysteme):
 - What is meant by the term “Galerkin orthogonality”?
(Was versteht man unter “Galerkin-Orthogonalität”?)
 - What is the energy norm of the error?
(Was ist die Energie-Norm des Fehlers?)
 - What is the relation between discretization error, algebraic error, and total error (measured in the energy norm)?
(Was ist der Zusammenhang zwischen Diskretisierungsfehler, algebraischem Fehler und Gesamtfehler (gemessen in der Energie-Norm)?)
 - What are the basic ideas of the CG method? What spaces are used in the method, what norm is minimized and how is this norm connected to the total error in the finite element discretization?
(Was sind die Grundideen des CG Verfahrens? Welche Räume werden in der Methode benutzt, welche Norm wird minimiert und wie hängt diese Minimierung mit dem Gesamtfehler der finite Elemente Methode zusammen?)
 - What can be said about the convergence of the CG method; when does the method terminate (in exact arithmetic)?
(Was kann über die Konvergenz des CG Verfahrens gesagt werden; wann terminiert das Verfahren (in exakter Arithmetik)?)
 - What are general projection methods discussed in the course and what are conditions for which such methods are well defined?
(Was sind die allgemeinen Projektionsverfahren, die in der Vorlesung besprochen wurden und wann sind solche Verfahren wohldefiniert?)
 - What are the basic ideas of the GMRES method and how can this method be derived using the Arnoldi method?
(Was sind die Grundideen des GMRES Verfahrens und wie kann dieses Verfahren aus dem Arnoldi Verfahren hergeleitet werden?)
 - What are the basic ideas of (geometric) multigrid methods?
(Was sind die Grundideen (geometrischer) Multigrid-Verfahren?)