Schriftlicher Test im Lehrgebiet

Quellencodierung

- Prof. Dr.-Ing. Thomas Sikora -

Name: ....

Vorname: ....

Matr.Nr: ....

☐ Bachelor ☐ ET
☐ Master ☐ TI
☐ Diplom ☐ KW
☐ Magister ☐ ....
☐ Erasmus

Ich bin mit der Veröffentlichung des Klausurergebnisses
unter meiner verkürzten Matrikelnummer einverstanden: ☐ Ja ☐ Nein

Aufgabe	1	2	3	$\sum$
Max. Punktezahl	9	8	8	25
Erreichte Punktezahl				

Hinweise:

1. Schreiben Sie die Lösungen auf Ihr eignes Blatt Papier.
2. **Nichtprogrammierbare** Taschenrechner sind als Hilfsmittel erlaubt!
3. Es sind **k e i n e U n t e r l a g e n** zur Lösung dieser Klausur zugelassen!
4. Bearbeitungszeit: **60 min**.
5. Bitte **keinen Bleistift und keinen roten Stift** verwenden!
6. Nach Ablauf der Bearbeitungzeit die beschriebenen Blätter umgehend fotografieren und an jongebloed@nue.tu-berlin.de und fleig@nue.tu-berlin.de senden.
7. Zusätzlich sollen alle beschriebenen Blätter im Original und innerhalb einer Woche beim Sekretariat des Fachgebiets Nachrichtenübertragung per Post eingehen.

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen der Quellencodierung 3

2 Quantisierung/DPCM 6

3 Transformationscodierung/Teilbandcodierung 8

1 Grundlagen der Quellencodierung 9 Punkte

1.1 Zeichnen Sie die Rate-Distortion-Funktion einer wertkontinuierlichen Quelle. Beschriften Sie die Achsen sorgfältig und erläutern Sie markante Punkte. 2 P

1.2 Nennen und erläutern Sie den Zusammenhang zwischen Informationsgehalt und Entropie. 1 P

1.3 Nennen Sie zwei Codierverfahren mit denen die Mindestbitrate bei fehlerfreier Übertragung angenähert werden kann. 1 P

1.4 Damit die Codierung effizient durchgeführt werden kann, muss ein Code die Präfix-Eigenschaft besitzen. Was ist die Präfix-Eigenschaft? Besitzt nachfolgender Code diese Eigenschaft? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P

x_1	0
x_2	10
x_3	101
x_4	1011

1.5 Wie lautet der mathematische Zusammenhang zwischen der Entropie und Redundanz im Allgemeinen? Erläutern Sie die auftretenden Größen. 1 P

1.6 Zeichnen Sie den Verlauf der Redundanz einer gedächtnisfreien Binärquelle mit den Symbolen $\{x_1; x_2\}$. Achten Sie auf die Achsenbeschriftung. 1,5 P

1.7 Die Auftretenswahrscheinlichkeiten der Symbole einer Quelle bleibe unverändert. Welche Entropie ist kleiner, die einer gedächtnisfreien oder einer gedächtnisbehafteten Quelle? 0,5 P

2 Quantisierung/DPCM 8 Punkte

2.1 Skalare Quantisierung. 4 P

Gegeben sei ein gleichverteiltes Quellsignal (zwischen $-U_{max}$ und U_{max}) und ein optimaler gleichförmiger m-Bit Quantisierer mit einem Arbeitsbereich im Interval $[-U_{max}, U_{max}]$.

a) Wie lautet die Varianz der Quelle? 1 P

b) Leiten Sie den Quantisierer SNR[dB] in der Form $\alpha + \beta m$ her. 3 P

2.2 DPCM. 2 P

Zeichnen Sie die Struktur eines DPCM-Systems. Bezeichnen Sie alle Eingangs- und Ausgangsgrößen und geben Sie gleichen Signalen auch die gleiche Bezeichnung.

2.3 Ungleichförmige Quantisierer 2 P

Erläutern Sie, wann eine ungleichförmige Quantisierung ein besseres SNR erzeugt, als ein gleichförmiger Quantisierer bei gleicher Quantisiererstufenanzahl. Wie lässt sich eine ungleichförmige Quantisierung erzielen, wenn nur ein gleichförmiger Quantisierer zur Verügung steht? Zeichnen Sie hierzu ein Blockschaltbild und geben Sie an, wie dadurch eine logarithmische Quantisierung erzielt werden kann.

3 Transformationscodierung/Teilbandcodierung 8 Punkte

3.1 Nennen Sie zwei Gründe, warum statt der Karhunen-Loève-Transformation in der Praxis häufig die diskrete Cosinustransformation (DCT) verwendet wird! 1 P

3.2 Für welchen Fall kann Teilbandcodierung mit anschließender Quantisierung keinen Gewinn im Vergleich zu einfacher PCM erreichen? 0,5 P

3.3 Gegeben sei die folgende lineare Transformation 6,5 P

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

a) Handelt es sich um eine orthonormale Basis? Begründen Sie rechnerisch! 2 P

b) Berechnen Sie den Transformationsgewinn für eine AR(1)-Quelle in Abhängigkeit von ρ! Hinweis: $r_{xx}[k] = \sigma_x^2 \cdot \rho^{|k|}$ 2 P

2,5

c) Berechnen Sie nun die optimale Bitzuordnung in Abhängigkeit von ρ, wenn die mittlere Bitrate m Bit je Abtastwert betragen soll! 2 P
Hinweis: Sollte die Gleichung für die optimale Bitzuordnung entfallen sein, kann die Gleichung $\sigma_{R_k}^2 = \epsilon_Q^2 \cdot 2^{-2m_k} \cdot \sigma_{y_k}^2$ für die Varianz des Quantisierungsfehlers in Abhängigkeit von der Bitauflösung m_k weiterhelfen, sofern die Verteilung der Fehlervarianz für den Fall der optimalen Bitzuordnung bekannt ist.

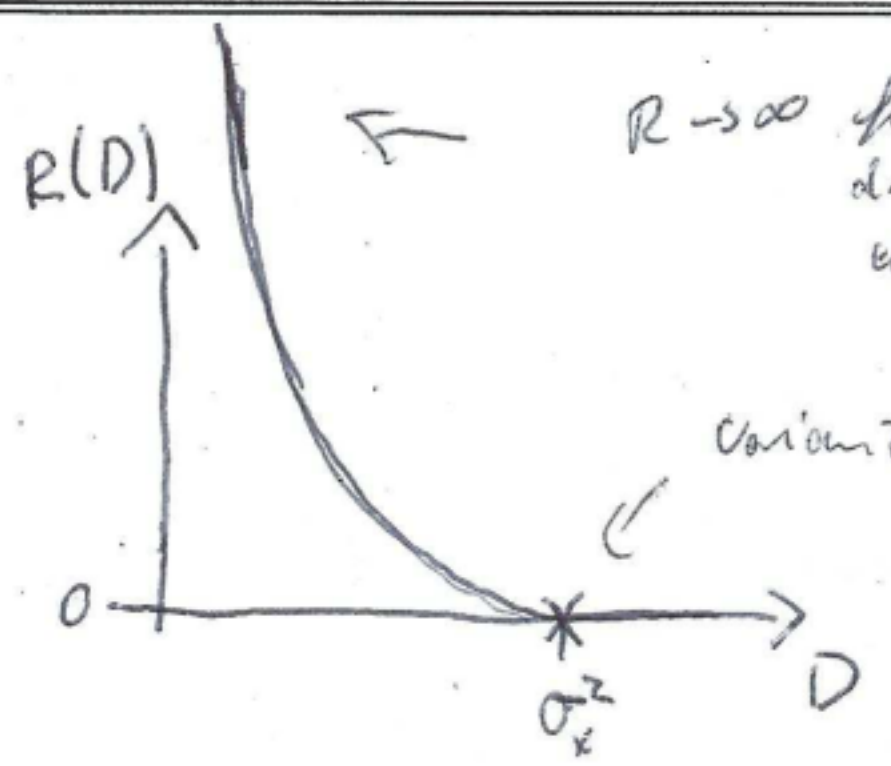
Master ET

1	Name, Vorname	Matrikel–Nr.	Punktezahl

Aufgaben-Nummer

A1

1.1.



$R \to \infty$ für $D \to 0$, da für kontinuierliche Quellen die ~~Entropie~~ als untere Schranke für R unendlich ist

Varianz des Signals → Maximale Verzerrung bei keiner Übertragung $R=0$

1.2 Entropie: Erwartungswert der Information

$H(X) = E[I(x)]$ → ~~im Mittel~~ mittlerer Informationsgehalt den die Quelle von sich gibt

1.3 Entropiecodierung: Huffman-Codierung

--0,5: Richtig: Blcokcodierung, Entropiecodierung

~~Lempel-Ziv-Welch Codierung~~

Shannon-Fano-Codierung

1.4. Präfix-Eigenschaft: Kein Codewort ist der Anfang eines anderen Codeworts.

Der Gegebene Code ist nicht kommafrei / keine Präfix-Eigenschaft, da x_2 ~~A~~ der der Anfang von x_3, x_4 ist

1.5. $R = H_0 - H(X)$

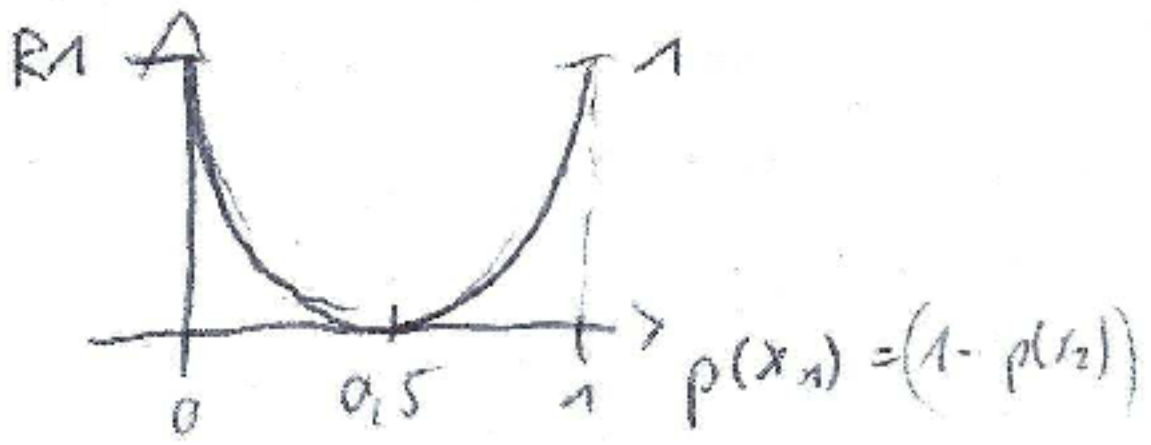
H_0: Maximale Entropie der Quelle → Symbole werden als gleichverteilt angenommen $H_0 = \operatorname{ld} M$

$H(X)$: Entropie der Quelle siehe 1.2

R: Redundanz: Differenz der ~~max~~ Entropie für gleichverteilte Quellen mit gleicher Anzahl an Quellsymbolen mit der tatsächlichen Entropie der Quelle.

~~Nur eine Aufgabe (Nummer oben eintragen) pro Blatt! Rückseite darf beschrieben werden.~~

1.6. H(X) : 



1.7. ~~gedächtnisfreie~~ gedächtnisbehaftete Quelle ist kleiner, da aus dem Vorsymbolen Unsicherheit genommen werden kann.

Marker ET

	Name, Vorname	Matrikel–Nr.	Punktezahl

Aufgaben-Nummer

A2

2.1 a)

Var(x) = delta²/12 = Umax/3

b) $SnR = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_D^2}$ $\quad \sigma_D^2 = \varepsilon_Q^2\, 2^{-2m}\, \sigma_x^2$

~~SNR~~

~~Quantisierungsfehler~~ ~~wahrsch.~~

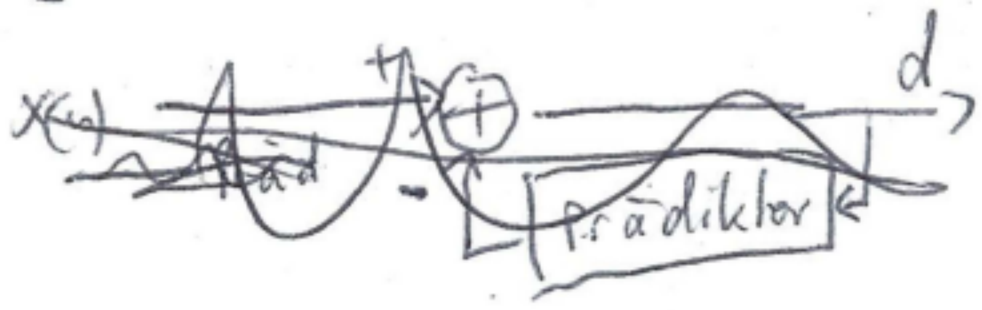
$\varepsilon_Q^2 = \frac{2}{3}$

$$SNR = \frac{\cancel{\sigma_x^2}}{\varepsilon_Q^2\, 2^{-2m}\, \cancel{\sigma_x^2}} = \frac{1}{\frac{2}{3}\, 2^{-2m}} = \frac{3}{2}\, 2^{2m}$$

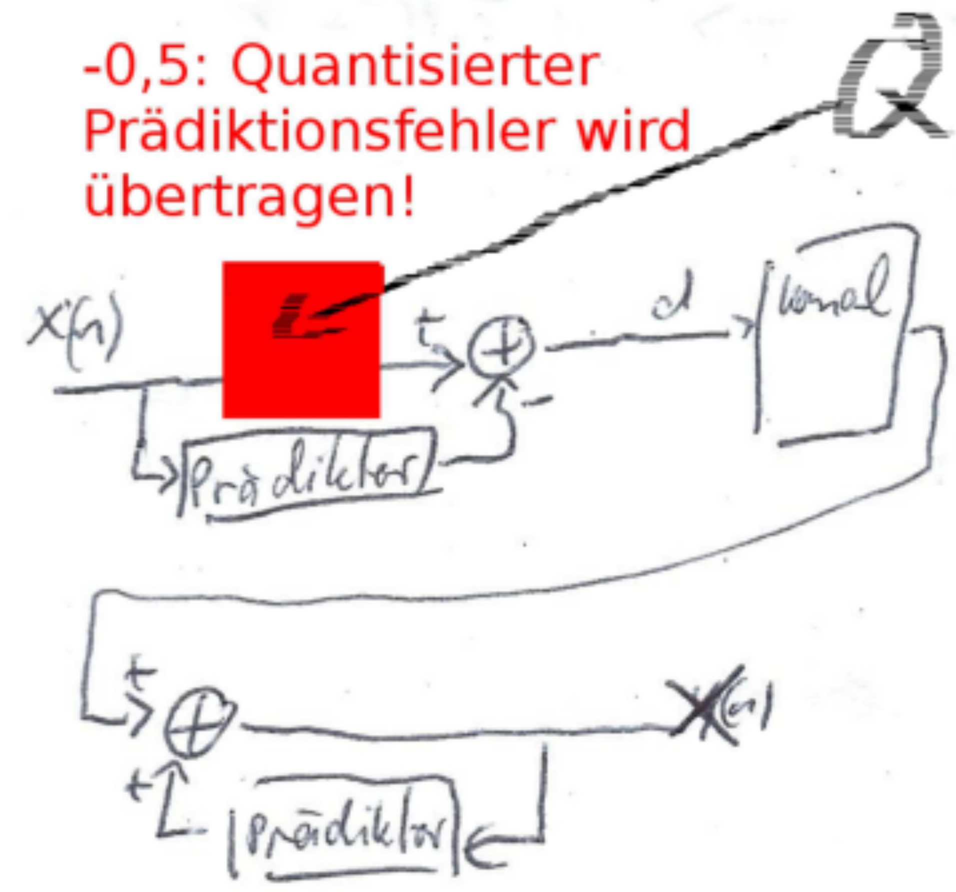
nicht so richtig toll... siehe Skrip 4.1..2 Gleichförmige Quantisierung

$$SNR = \frac{3}{2} \cdot 2^{2m} = (6{,}02\, m + 1{,}76)\ [dB]$$

2.2



-0,5: Quantisierter Prädiktionsfehler wird übertragen!



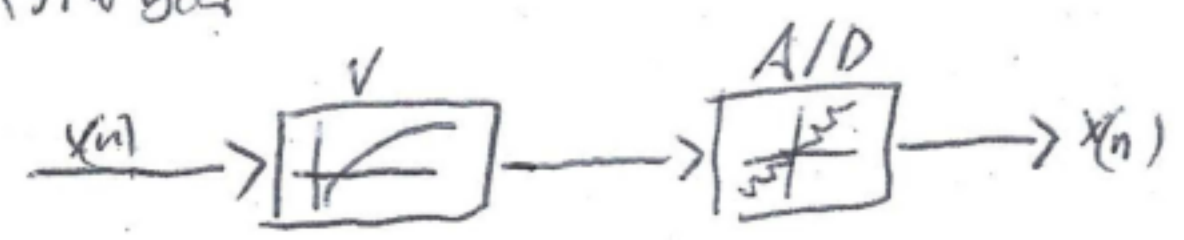
x(n) : Eingangsfolge

d : ~~Fehler~~ Prädiktionsfehler

X(n) : Ausgangsfolge

2.3. ungleichförmige Quantisierung besser als Gleichförmige, wenn die Eingangsamplituden nicht gleichverteilt sind.

Zum Beispiel durch vorgeschalteten nichtlinearen Verstärker (Kompandierer) + linearen Quantisierer realisierbar



V: ~~sich~~ logarithmischer Verstärker

A/D : Quantisierer, linear/gleichförmig

Nur eine Aufgabe (Nummer oben eintragen) pro Blatt! Rückseite darf beschrieben werden.

~~X(n) ... Signal~~

A3

3.1 1. DCT Unabhängig vom Signal
2. DCT nur geringfügig schlechter als KLT, nur Real, keine Imaginärteile

3.2 Wenn die Varianz konstant auf allen Teilbändern ist.

3.3. $T = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

① $\langle T_1, T_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}^T = 0$ -> orthogonal

$T^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = T$

=> keine Änderung des Betrages bei Invertierung

② => $\| T \| = 1$

①,② => Matrix ist orthonormal

2,5

b) $~~m = \bar{m} + \frac{1}{2} \, ld \left(\prod_{i=1} \sigma_i \right)~~$

$r_{xx}[k] = \sigma_x^2 \, \rho^{|k|}$

Teilband f_0 $\quad Var(f_0) = (1+\rho)\sigma_x^2 = \sigma_{TB0}^2$

f_1 $\quad Var(f_1) = (1-\rho)\sigma_x^2 = \sigma_{TB1}^2$

$~~G = \frac{1}{2}(\sigma_{TB0}^2 + \sigma_{TB1}^2) = \frac{\sigma_x^2}{2}(1+\rho+1-\rho)~~$

$\sigma_{x,TB0}^2 = \varepsilon_Q^2 \, 2^{-2m_0} \, \sigma_{TB0}^2 = \varepsilon_Q^2 \, 2^{-2m_0} \, \sigma_x^2 (1+\rho)$

$\sigma_{x,TB1}^2 = \varepsilon_Q^2 \, 2^{-2m_1} \, \sigma_{TB1}^2 = \varepsilon_Q^2 \, 2^{-2m_1} \, \sigma_x^2 (1-\rho)$

G = arithmetisches Mittel / geometrisches Mittel

A. 3.3

c) $m_i = \bar{m} + \frac{1}{2} \, ld \, \frac{\sigma_{x_0}^2}{\sqrt{\sigma_{x_0}^2 \cdot \sigma_{x_0}^2}}$

$$m_0 = m + \frac{1}{2} \, ld \, \frac{\sigma_x^2 (1+\rho)}{\sqrt{\sigma_x^2(1+\rho) \cdot \sigma_x^2(\cancel{1+\rho})}} = \frac{(1+\rho)}{\sqrt{1-\rho^2}}$$

$$m_1 = m + \frac{1}{2} \, ld \, \frac{\sigma_x^2 (1-\rho)}{\sqrt{\sigma_x^2(1+\rho) \cdot \sigma_x^2(1-\rho)}} = \frac{1-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}$$