

Gedächtnisprotokoll – Reaktive Systeme

SoSe 2025

Q: Es ist eine HML Formel gegeben (ähnlich zu):

$$Inv(Pos([a] Even(\langle b \rangle \#)))$$

Q: Können sie feststellen, ob diese Formel in einem LTS gilt, wenn ja wie?

A: Ich gucke mal in der Formelsammlung nach, was die Vorrangsetzungen für HML mit Rekursion sind.

A: Ich sage ja, das könnte ich auswerten.

Q: Ok, wie könnten sie das dann auswerten.

A: Wir können $Inv()$, $Pos()$, $Even()$ mit Rekursion aufschreiben.

$$X \stackrel{\min}{=} \langle b \rangle \# \vee (\langle \text{Act} \rangle \# \wedge [\text{Act}] X)$$

$$Y \stackrel{\min}{=} [a] X \vee \langle \text{Act} \rangle Y$$

$$Z \stackrel{\max}{=} Y \wedge [\text{Act}] Z$$

Q: Ok, was machen wir nun?

A: Wir haben Gleichungssystem, dass wir mit der schönen $\mathcal{O}$ -Funktion lösen können.

Q: Und wie geht das?

A: Ich kann es schlecht in Worte fassen. Aber ich rechne es einmal vor.

A / Q: (Mit der Formelsammlung werden gemeinsam beispielhafte Rechenschritte getätigt.)

A: ... wir berechnen das dann so oft, bis wir einen Fixpunkt erhalten.

Q: Den Fixpunkt wovon?

A: Von der $\mathcal{O}(S_1, S_2)$.

Q: Das geht so aber nicht, die Funktion hat zwei Parameter.

A: Wir können das als Vektor betrachten und dann einsetzen.

Q: Ah ok, so geht es, dann müssen Sie aber die Funktion zusammensetzen. Was ist aber, wenn wir den Fixpunkt nicht erreichen?

A: Nach Tarski wissen wir, es gibt ihn.

Q: Das ist nicht das, was ich gefragt habe.

A: Ah, wir erreichen ihn auf endlichen LTS.

Q: Gegeben zwei CCS-Terme, die Frage ist, ob die zwei Prozesse bisimilar sind. (Der Prozess $\mathbf{P}$ ist dabei nicht angegeben)

A: (Analysiert Formel) hängt davon ab, wie $\mathbf{P}$ definiert ist. Für $\mathbf{P} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{0}$ ja.

Q: Gucken wir uns mal ein Paar interessantere, andere Fälle an.

A: Ja ok z.B. a. $\mathbf{0}$.

Q: Aber geht das denn bei den Anfängen?

A: Oh nein, dann ändere ich meine Antwort.

Q: Was wäre noch weitere interessante Beispiele?

A: (denkt nach)

Q: Wie wäre es mit etwas rekursivem?

A: $\tau.\mathbf{P}$, dann könnten wir eine schleife zu $\mathbf{P}$ machen, dann wäre es auch wieder bisimilar.

Q: Weitere interessante?

A: Ich überlege, ob es mit Umbenennung etwas Interessantes gibt? Aber wir können sowieso keinen Übergang machen, der nicht τ ist. Und einen Übergang, der ein τ macht, mit einem a und $\bar{a}$ gibt es nicht.

Q: Um das auf den Punkt zu bringen, einen Prozess, der das vorher genannte macht, gibt es nicht?

A: Mit der Summe ist das möglich. Zusammen mit der Nebenläufigkeit.

Q: Genau, ist doch überraschend.

Q: (Noch ein andere CCS Term wird vorgegeben) Ist das erlaubt?

A: Syntaktisch erlaubt ja.

Q: Welche Übergänge hat ein solches **P**?

A: Denke keine, mit den SOS-Regeln kommt man mit den **COM**-Regeln nur hoch, aber nicht wieder runter.

Q: Also gilt bisimilarität?

A: Ja.

Q: Finde eine Formel in HML möglicherweise mit Rekursion, die genau dann von **P** erfüllt wird, wenn die Prozesse bisimilar sind.

A: Ich konstruiere zuerst eine Formel, die das hier erfüllt und dann bilde ich das Komplement davon.

Q: Wie wichtig ist es, dass es danach keinen Übergang gibt? Wäre es schlimm, wenn danach ein a oder b kommt?

A: Nein, weil das nicht passieren kann.

Q: Stimmt, aber im Moment verbieten Sie es.

A: (korrigiert Formel, denkt länger nach)

Q: (gibt einen Prozess als Hinweis) Der wäre erlaubt.

A: ...

Q: Das Schlimme an dem ist, dass es einen τ -Übergang gibt.

A: Ah ja, dann kann ich den verbieten, aber dann gibt das hier ein Problem.

Q: Das können wir dann in einem separaten Fall lösen.

A: Ok, dann machen wir das so, und den anderen Fall lösen wir damit, dass es immer ein τ geben darf.

Q: Schauen wir uns den noch an, das wollen wir auch nicht haben. Können wir das verhindern, das ist im Moment noch nicht abgedeckt.

A: Ich konstruiere eine Formel, die genau das beschreibt (schreibt Formeln auf)

Q: Da würde ich dann wieder argumentieren, ob die **0** hier wichtig ist.

A: (passt formel an)

A / Q: (komplementieren gemeinsam die Formel)

Q: Jetzt wollen wir haben, dass das nicht für ein bestimmtes a gilt.

A: Ich bin mir nicht ganz sicher, wie wir das am besten hinschreiben, ganz **Act** wäre nicht ok, für $\bar{a}$ gäbe es ja kein Problem

Q: Diese Formel muss also für jedes a gelten, nun haben wir aber gar keinen Allquantor, aber so etwas Ähnliches.

Q: Aber die Zeit ist um.

Anmerkung: Note 2,3