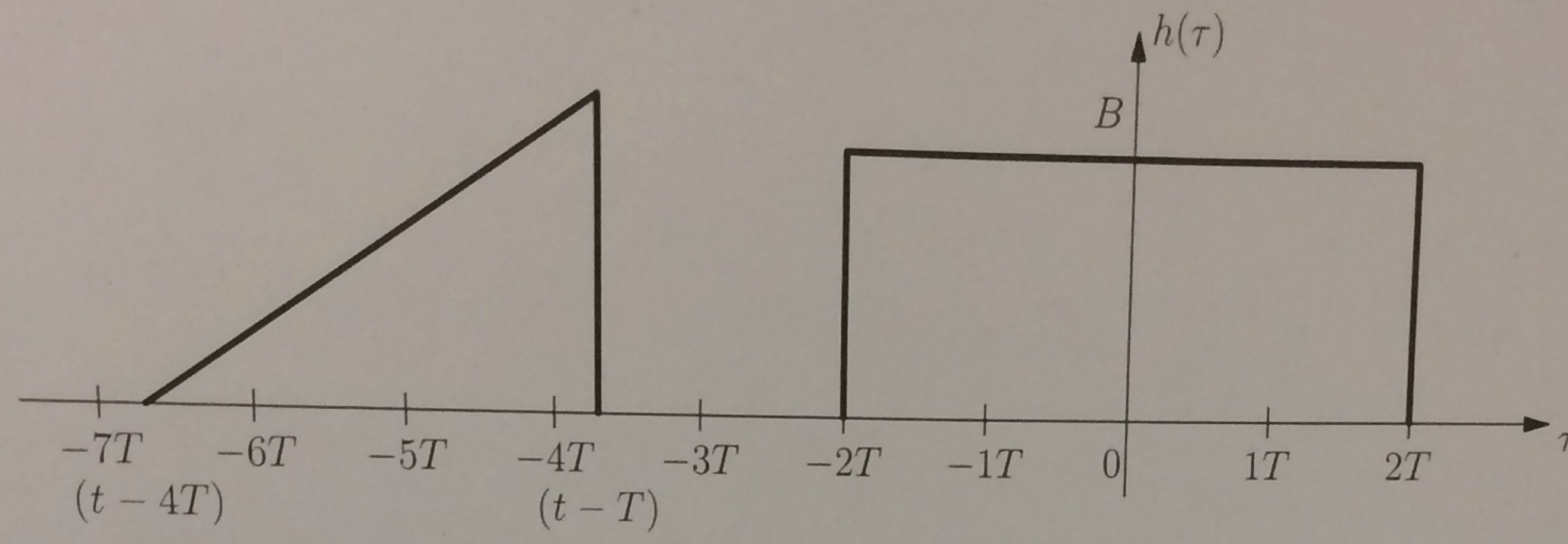
2. Variante

$$y(t) = x(t) * h(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$



1. Fall: $t - T < -2T \Leftrightarrow t < -T : y(t) = 0$

2. Fall: $t - 4 < -2T \Leftrightarrow -T \leq t < 2T$: **0,5 Punkte**

$$y(t) = \int_{-2T}^{t-T} -\frac{2AB}{3T}(t - \tau - 4T)d\tau =$$ **0,5 Punkte**

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[t\tau - \frac{1}{2}\tau^2 - 4T\tau\right]_{-2T}^{t-T} =$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[t(t-T) - \frac{1}{2}(t-T)^2 - 4T(t-T) - \left(t(-2T) - \frac{1}{2}(-2T)^2 - 4T(-2T)\right)\right] =$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left(t^2 - tT - \frac{1}{2}t^2 + tT - \frac{1}{2}T^2 - 4tT + 4T^2 + 2tT + 2T^2 - 8T^2\right) =$$

$$= \frac{AB}{3T} \cdot (-t^2 + 4tT + 5T^2)$$ **0,5 Punkte**

3. Fall: $t - T < 2T \Leftrightarrow 2T \leq t < 3T$: **0,5 Punkte**

$$y(t) = \int_{t-4T}^{t-T} -\frac{2AB}{3T}(t - \tau - 4T)d\tau =$$ **0,5 Punkte**

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[t\tau - \frac{1}{2}\tau^2 - 4T\tau\right]_{t-4T}^{t-T} =$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[t(t-T) - \frac{1}{2}(t-T)^2 - 4T(t-T) - \left(t(t-4T) - \frac{1}{2}(t-4T)^2 - 4T(t-4T)\right)\right] =$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left(t^2 - tT - \frac{1}{2}t^2 + tT - \frac{1}{2}T^2 - 4tT + 4T^2 - t^2 + 4tT + \frac{1}{2}t^2 - 4tT + 8T^2 + 4tT - 16T^2\right) =$$

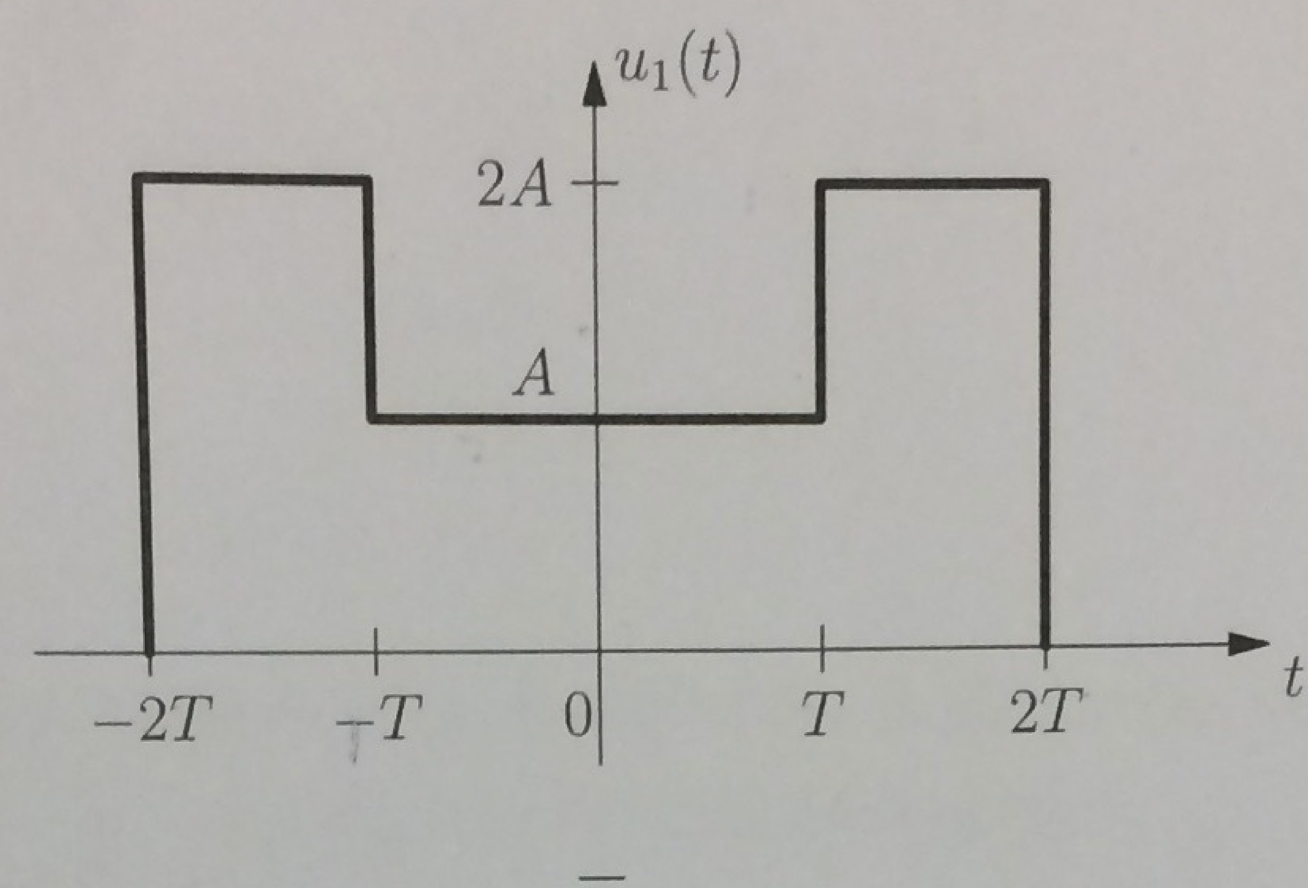
$$= 3ABT$$ **0,5 Punkte**

1 Zeitkontinuierliche Signale — 11,5 Punkte

1.1 Gegeben sei das zeitkontinuierliche Signal $u_1(t)$ mit: — 3,5 P

$$u_1(t) = A \cdot \sqcap_T(t+1{,}5T) + A \cdot \sqcap_T(t-1{,}5T) + A \cdot \sigma(t+2T) - A \cdot \sigma(t-2T)$$

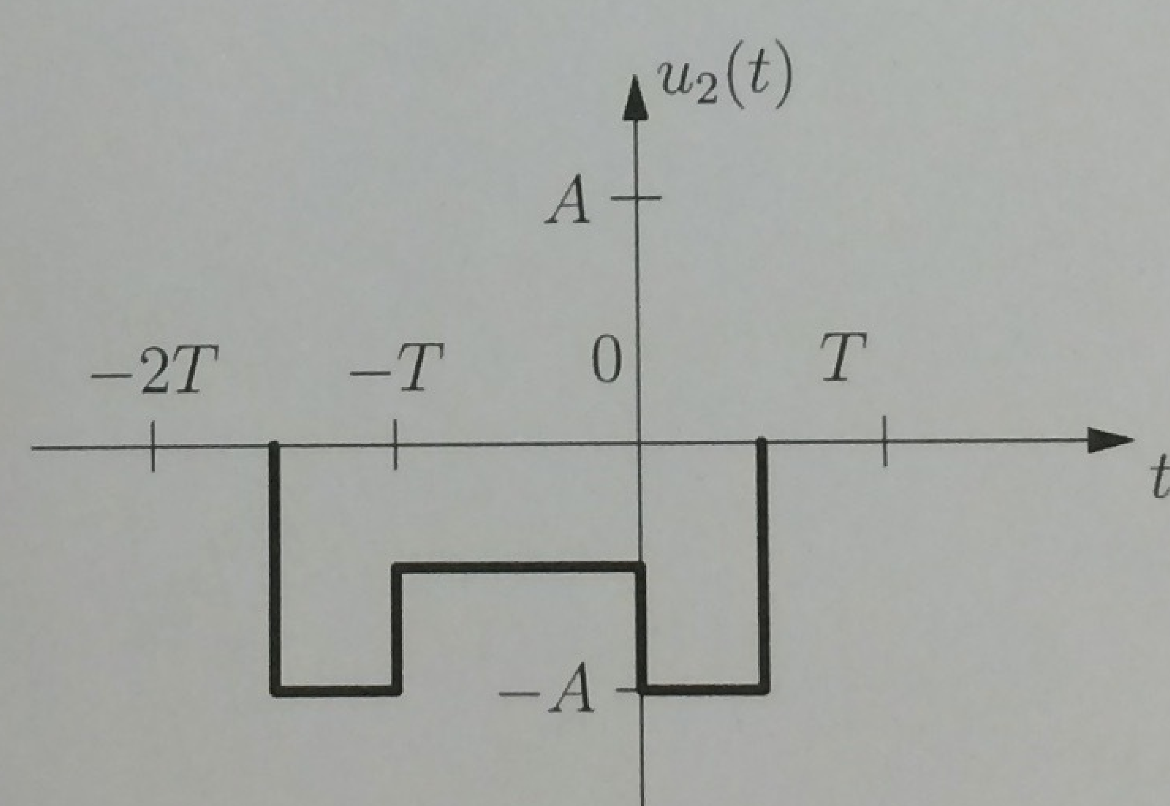
a) Zeichnen Sie das Signal $u_1(t)$. — 1 P



0,5 Punkte für die Rechtecke

0,5 Punkte für den Offset

b) Bestimme die Funktion des zeittransformierten Signals $u_2(t)$ in Abhängigkeit von $u_1(t)$. — 1,5 P



$$u_2(t) = -\tfrac{1}{2}u_1(2t+T)$$

0,5 Punkte für die Steigung

0,5 Punkte für die Verschiebung

0,5 Punkte für die Stauchung

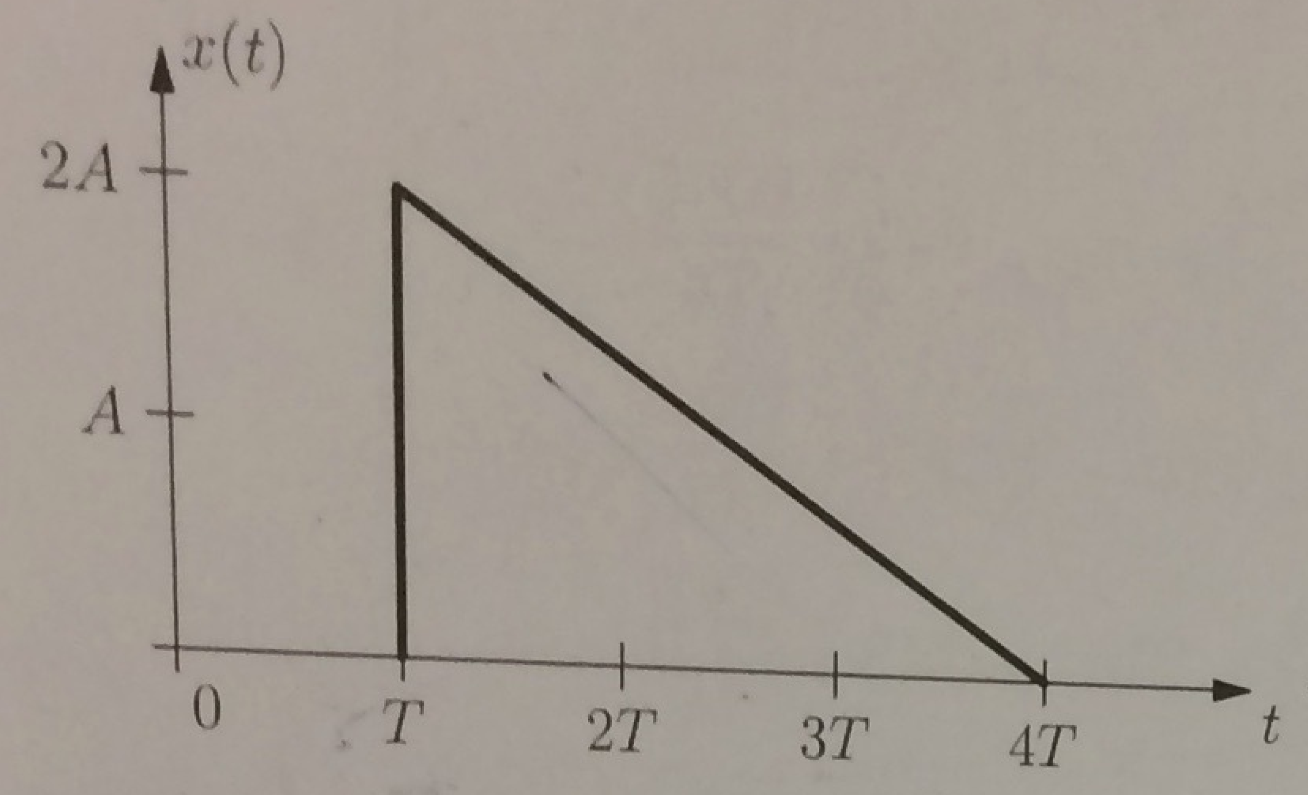
c) Bestimmen Sie die Energie des Signals $u_2(t)$. 1 P

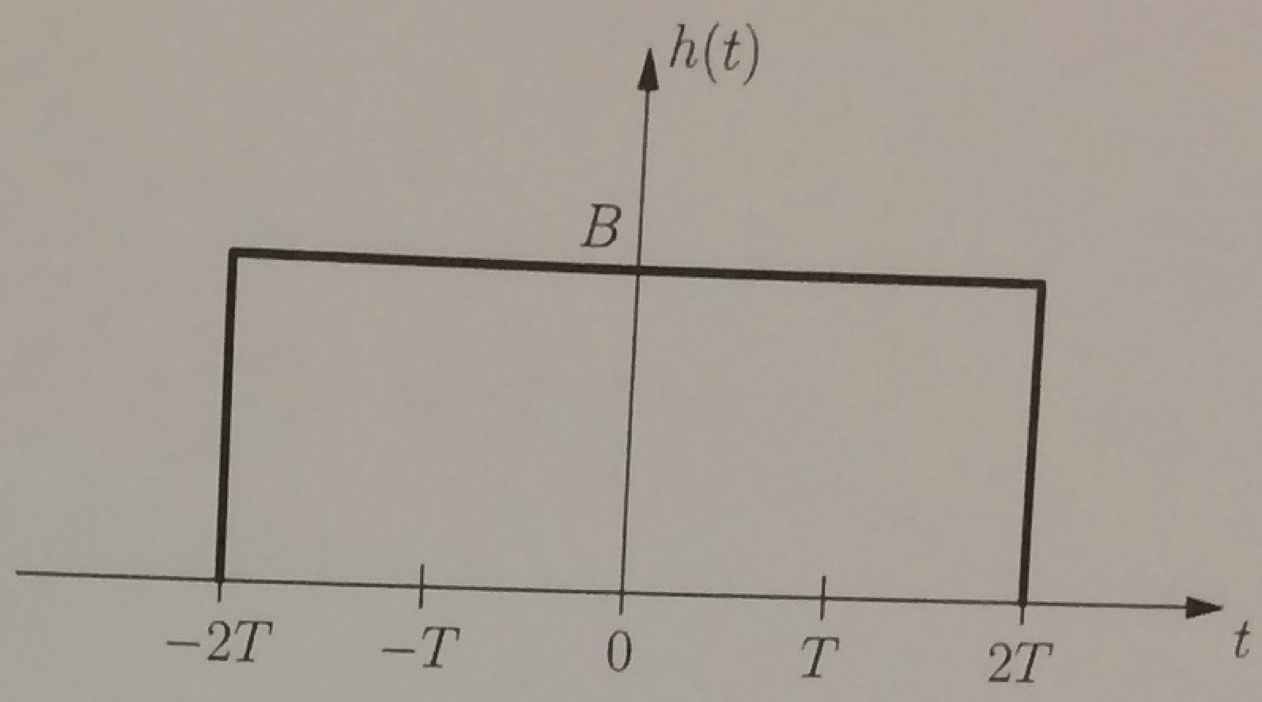
$$
\begin{aligned}
W = \int_{-\infty}^{\infty} u_2(t)^2 dt &= \int_{-1{,}5T}^{-T} A^2 dt + \int_{-T}^{0} \frac{A^2}{4} dt + \int_{0}^{\frac{T}{2}} A^2 dt \\
&= A^2 \cdot \left[[t]_{-1{,}5T}^{-T} + \left[\frac{t}{4}\right]_{-T}^{0} + [t]_0^{\frac{T}{2}} \right] \\
&= A^2 \cdot \left[\frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{2} \right] \\
&= A^2 \cdot \frac{5}{4} T
\end{aligned}
$$

0,5 Punkte für das richtige Integral (nach Einsetzen der Funktion)

0,5 Punkte für das Endergebnis

1.2 Gegeben seien das Eingangssignal $x(t)$ und ein Filter mit der Impulsantwort $h(t)$. 6 P

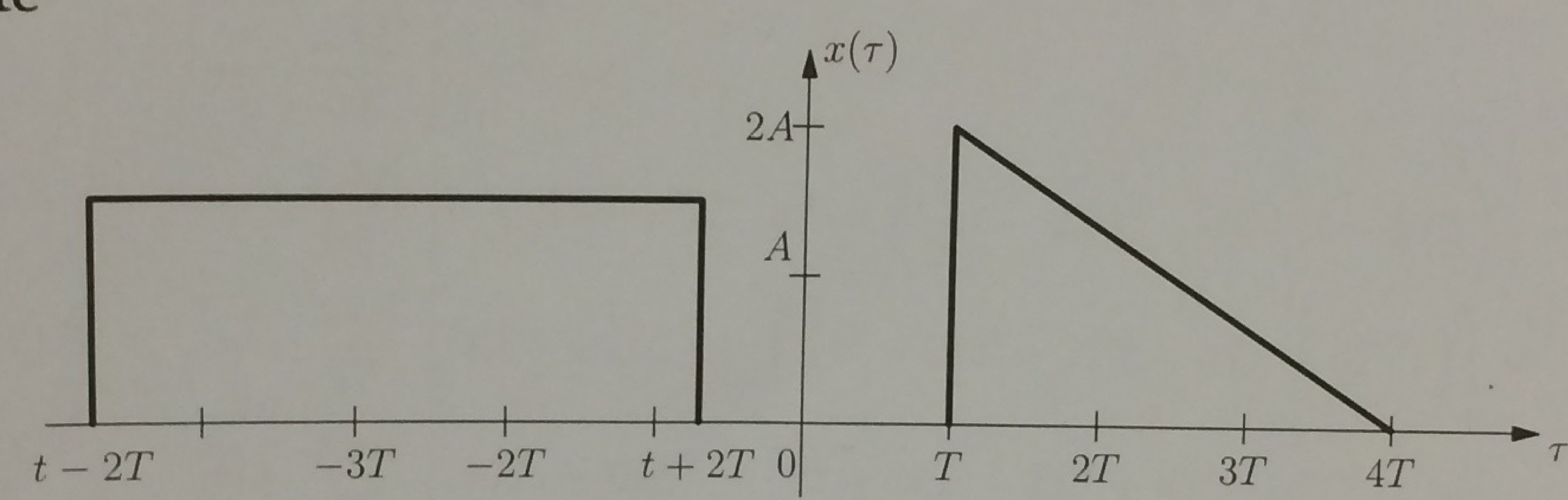




a) Bestimmen Sie das Ausgangssignal $y(t)$. 4,5 P

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

1. Variante



1. Fall: $t + 2T < T \Leftrightarrow t < -T : y(t) = 0$

2. Fall: $t + 2T < 4T \Leftrightarrow -T \leq t < 2T :$ **0,5 Punkte**

$$y(t) = \int_{T}^{t+2T} -\frac{2AB}{3T}(\tau - 4T)d\tau = \textbf{ 0,5 Punkte}$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[\frac{1}{2}\tau^2 - 4T\cdot\tau\right]_{T}^{t+2T} =$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[\frac{1}{2}(t+2T)^2 - 4T\cdot(t+2T) - \left(\frac{1}{2}T^2 - 4T\cdot T\right)\right] =$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left(\frac{1}{2}t^2 + 2tT + 2T^2 - 4Tt - 8T^2 - \frac{1}{2}T^2 + 4T^2\right) =$$

$$= \frac{AB}{3T}\cdot(-t^2 + 4tT + 5T^2) \textbf{ 0,5 Punkte}$$

3. Fall: $t-2T<T \Leftrightarrow 2T \leq t < 3T:$ **0,5 Punkte**

$$y(t)=\int_{T}^{4T} -\frac{2AB}{3T}(\tau-4T)d\tau = \textbf{ 0,5 Punkte}$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left[\frac{1}{2}\tau^2-4T\cdot\tau\right]_T^{4T}=$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left[\frac{1}{2}(4T)^2-4T\cdot 4T-\left(\frac{1}{2}T^2-4T\cdot T\right)\right]=$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left(8T^2-16T^2-\frac{1}{2}T^2+4T^2\right)=$$

$$=3ABT \textbf{ 0,5 Punkte}$$

4. Fall: $t-2T<4T \Leftrightarrow 3T \leq t < 6T:$ **0,5 Punkte**

$$y(t)=\int_{t-2T}^{4T} -\frac{2AB}{3T}(\tau-4T)d\tau \textbf{ 0,5 Punkte}$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left[\frac{1}{2}\tau^2-4T\cdot\tau\right]_{Tt-2T}^{4T}=$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left[(\frac{1}{2}(4T)^2-4T\cdot 4T-\left(\frac{1}{2}(t-2T)^2-4T\cdot(t-2T)\right)\right]=$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left[(8T^2-16T^2-\left(\frac{1}{2}t^2-2tT+2T^2-4Tt+8T^2)\right)\right]=$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left[(8T^2-16T^2-\frac{1}{2}t^2+2tT-2T^2+4Tt-8T^2)\right]=$$

$$=-\frac{2AB}{3T}\left(-\frac{1}{2}t^2+6tT-18T^2\right)=$$

$$=\frac{AB}{3T}(t^2-12tT+36T^2)= \textbf{ 0,5 Punkte}$$

$$=\frac{AB}{3T}\cdot(t-6T)^2$$

5. Fall: $6T \leq t: y(t)=0$

4. Fall: $t - 4T < 2T \Leftrightarrow 3T \leq t < 6T:$ **0,5 Punkte**

$$y(t) = \int_{t-4T}^{2T} -\frac{2AB}{3T}(t - \tau - 4T)d\tau = \textbf{0,5 Punkte}$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[t\tau - \frac{1}{2}\tau^2 - 4T\tau\right]_{t-4T}^{2T} =$$

$$= -\frac{2AB}{3T}\left[t(2T) - \frac{1}{2}(2T)^2 - 4T(2T) - \left(t(t-4T) - \frac{1}{2}(t-4T)^2 - 4T(t-4T)\right)\right] =$$

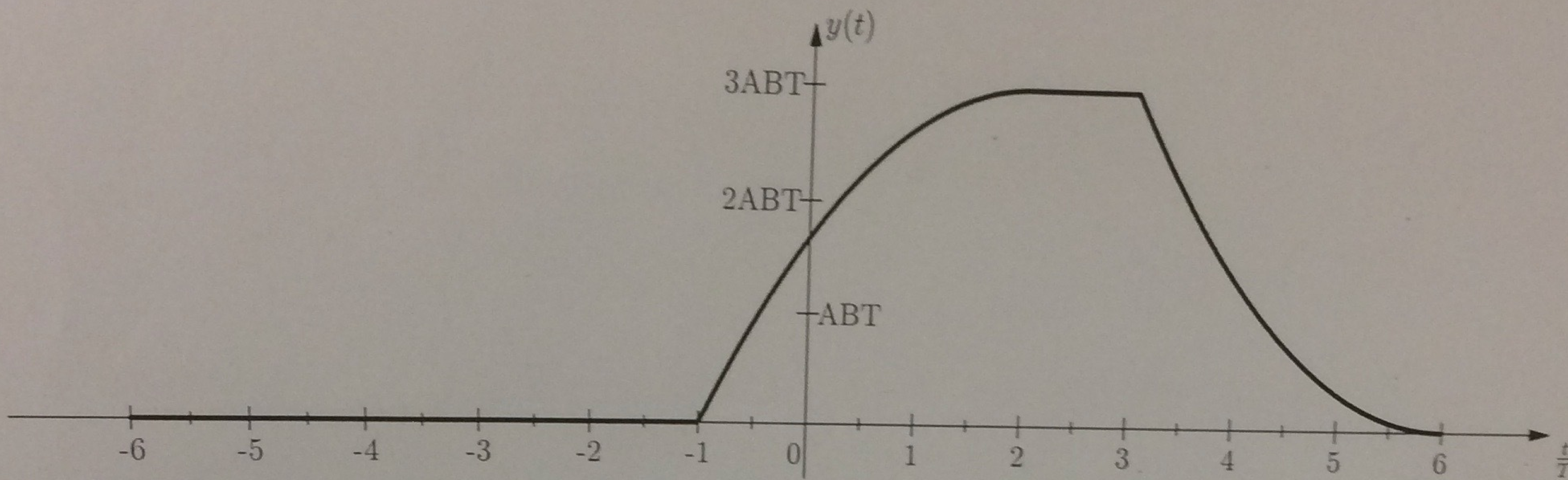
$$= -\frac{2AB}{3T}\left(2tT - 2T^2 - 8T^2 - t^2 + 4tT + \frac{1}{2}t^2 - 4tT + 8T^2 + 4tT - 16T^2\right) =$$

$$= \frac{AB}{3T}\left(t^2 - 12tT + 36T^2\right) = \textbf{0,5 Punkte}$$

$$= \frac{AB}{3T} \cdot (t - 6T)^2$$

5. Fall: $6T \leq t : y(t) = 0$

b) Skizzieren Sie das Ausgangssignal $y(t)$ im Bereich $-6T \leq t \leq 6T$ 1,5 P



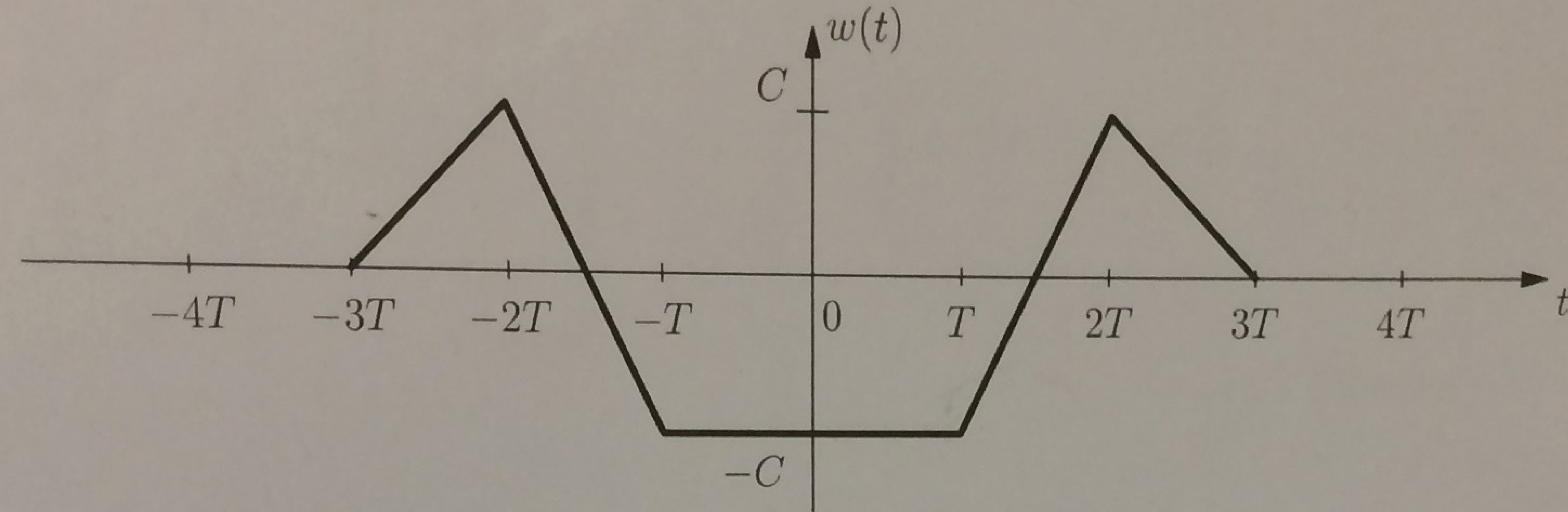
0,5 Punkte für die richtigen Nullstellen

0,5 Punkte für die maximale Amplitude

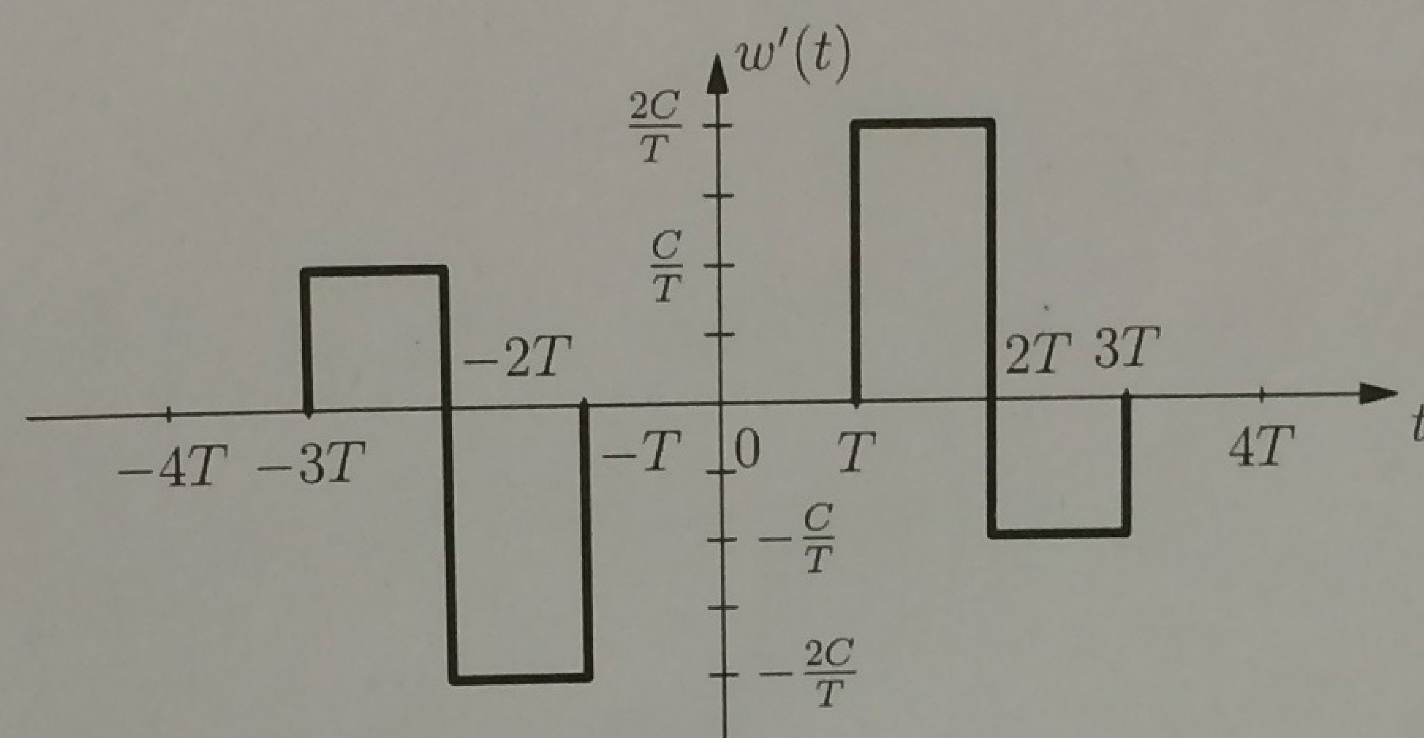
0,5 Punkte für den Kurvenverlauf

-0,5 Punkte für fehlende oder falsche Achsenbeschriftung

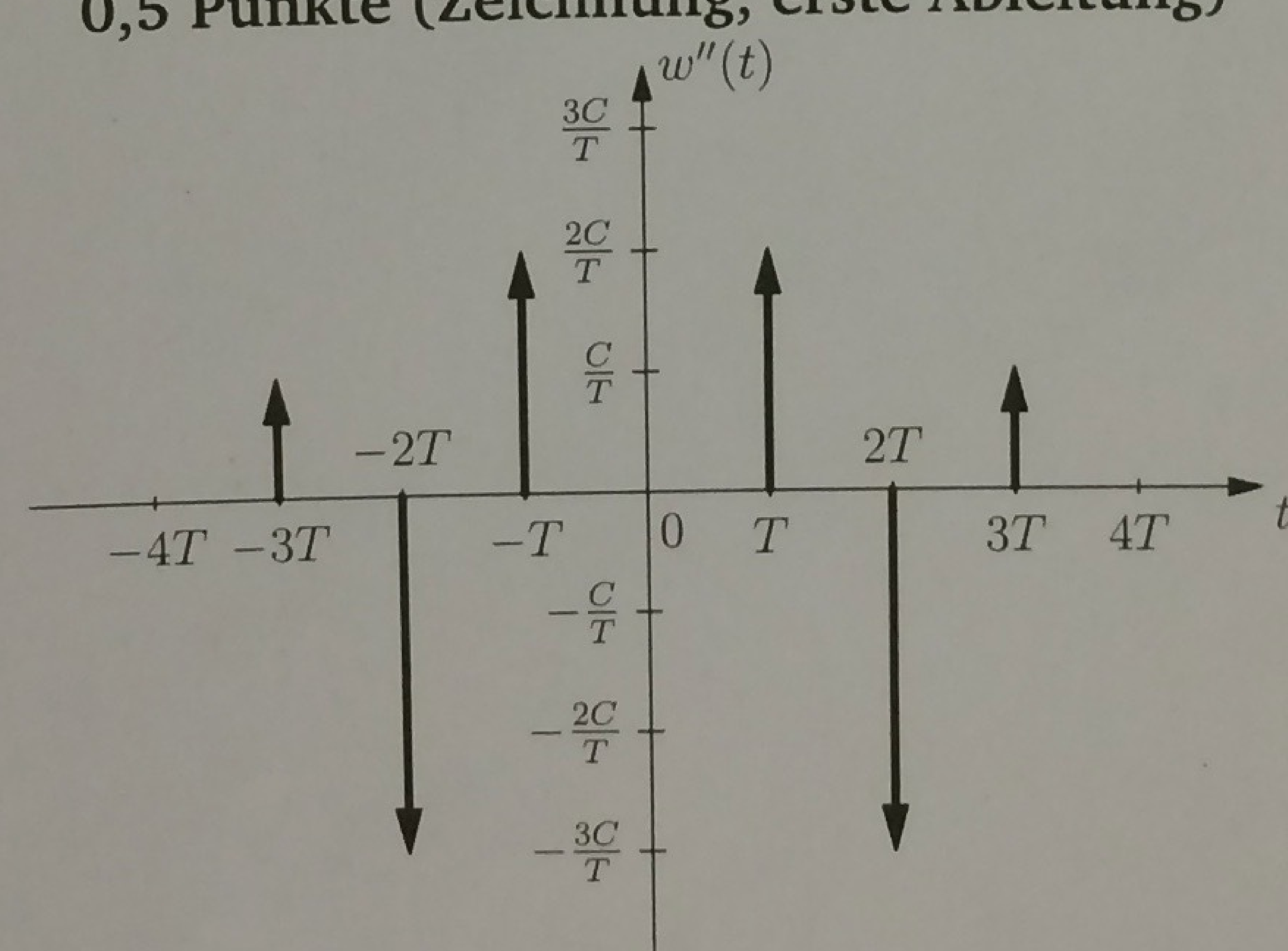
1.3 Berechnen Sie die Fouriertransformierte des folgenden Signals $w(t)$. Fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zu trigonometrischen Funktionen zusammen. 2 P



1. Variante



0,5 Punkte (Zeichnung, erste Ableitung)



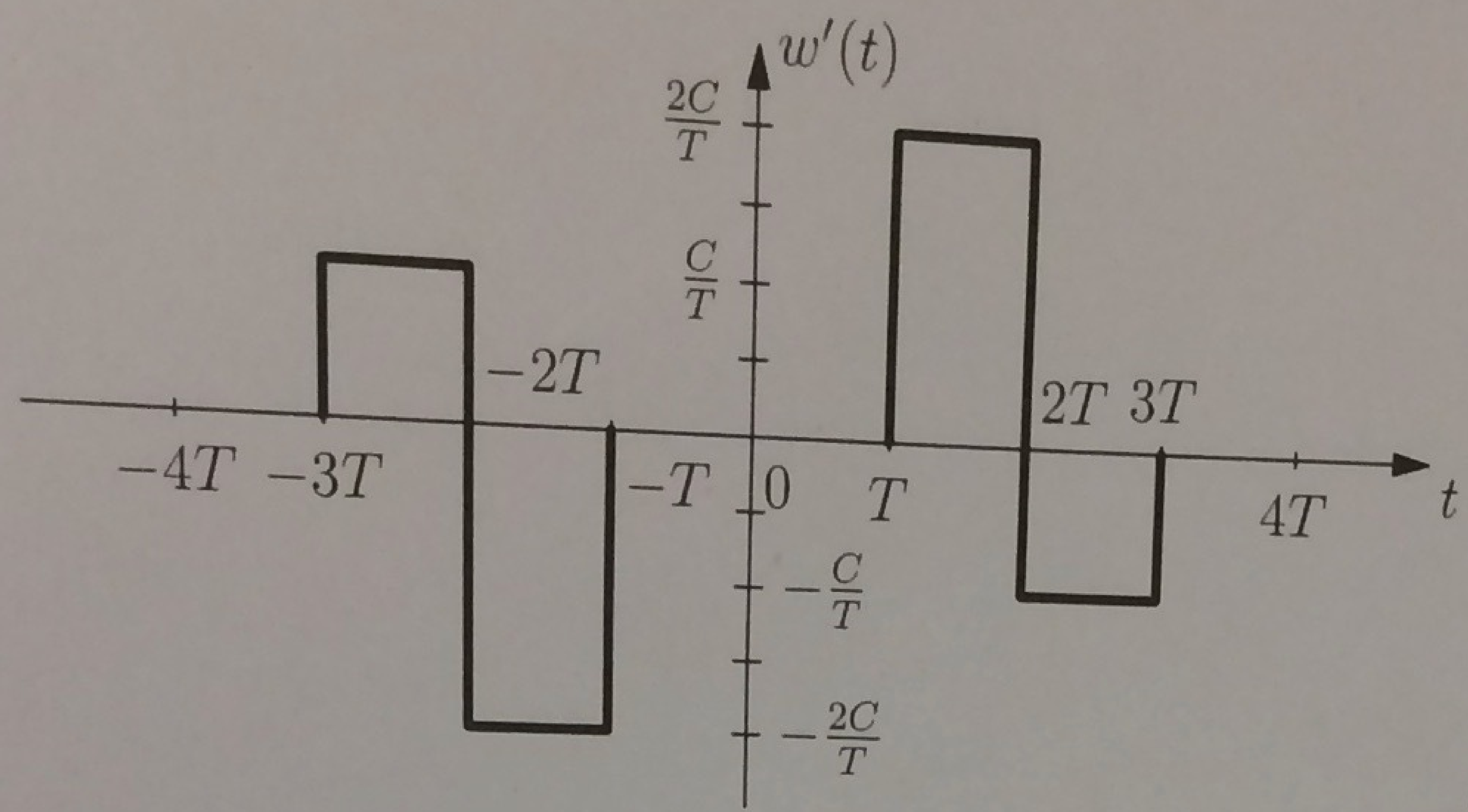
0,5 Punkte (Zeichnung, zweite Ableitung)

$$w''(t) = \frac{C}{T}\delta(t+3T) - \frac{3C}{T}\delta(t+2T) + \frac{2C}{T}\delta(t+T) + \frac{C}{T}\delta(t-3T) - \frac{3C}{T}\delta(t-2T) + \frac{2C}{T}\delta(t-T)$$

$$(j\omega)^2 W(j\omega) = \frac{C}{T}\left(e^{3j\omega T} + e^{-3j\omega T}\right) - \frac{3C}{T}\left(e^{2j\omega T} + e^{-2j\omega T}\right) + \frac{2C}{T}\left(e^{j\omega T} + e^{-j\omega T}\right)$$ **0,5 Punkte**

$$W(j\omega) = -\frac{2C}{\omega^2 T}\left(\cos(3\omega T) - 3C\cos(2\omega T) + 2\cos(\omega T)\right)$$ **0,5 Punkte**

2. Variante



0,5 Punkte

$$w'(t) = \frac{C}{T}\left(\sqcap_T\left(t+\frac{5}{2}T\right) - \sqcap_T\left(t-\frac{5}{2}T\right)\right) - \frac{C}{T}\left(\sqcap_T\left(t+\frac{3}{2}T\right) - \sqcap_T\left(t-\frac{3}{2}T\right)\right) \quad \textbf{0,5 Punkte}$$

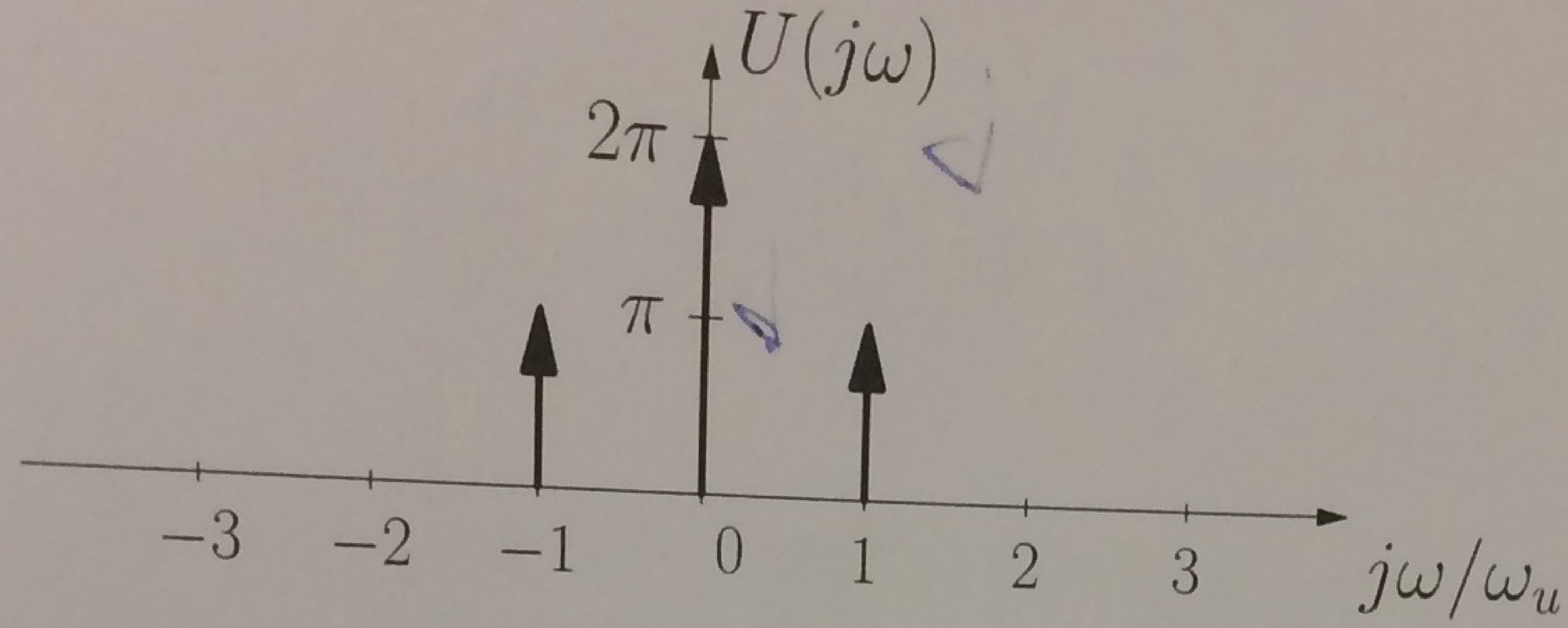
$$(j\omega)W(j\omega) = \frac{C}{T}T\,si\left(\frac{\omega T}{2}\right)\left[e^{\frac{5}{2}j\omega T} - e^{-\frac{5}{2}j\omega T}\right] - \frac{2C}{T}T\,si\left(\frac{\omega T}{2}\right)\left[e^{\frac{3}{2}j\omega T} - e^{-\frac{3}{2}j\omega T}\right] \quad \textbf{0,5 Punkte}$$

$$W(j\omega) = \frac{C}{\omega}\left[2\,si\left(\frac{\omega T}{2}\right)\sin\left(\frac{5}{2}\omega T\right) - 4\,si\left(\frac{\omega T}{2}\right)\sin\left(\frac{3}{2}\omega T\right)\right] \quad \textbf{0,5 Punkte}$$

$$W(j\omega) = \frac{2C}{\omega}si\left(\frac{\omega T}{2}\right)\left[\sin\left(\frac{5}{2}\omega T\right) - 2\sin\left(\frac{3}{2}\omega T\right)\right]$$

2 Zeitkontinuierliche Systeme und Abtastung — 9,5 Punkte

2.1 Gegeben sei das folgende Spektrum $U(j\omega)$. 5,5 P



a) Bestimmen Sie $u(t)$. (*Hinweis:* $\mathcal{F}^{-1}\{2\pi\delta(\omega)\} = 1$) 1 P

$$U(j\omega) = \pi \cdot \delta(\omega + \omega_u) + \pi \cdot \delta(\omega - \omega_u) + 2\pi \cdot \delta(\omega)$$ **0,5 Punkte**

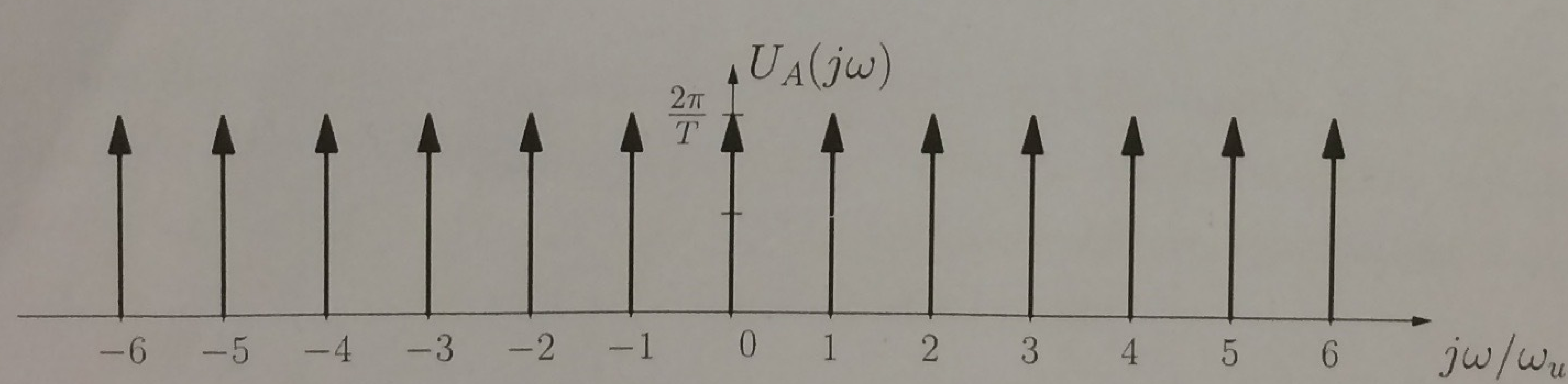
$$u(t) = \cos(\omega_u t) + 1$$ **0,5 Punkte**

alternativ:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi}(\pi e^{jt\omega_u} + \pi e^{-jt\omega_u} + 2\pi)$$ **0,5 Punkte**

$$= \frac{1}{2}(e^{jt\omega_u} + e^{-jt\omega_u} + 2)$$

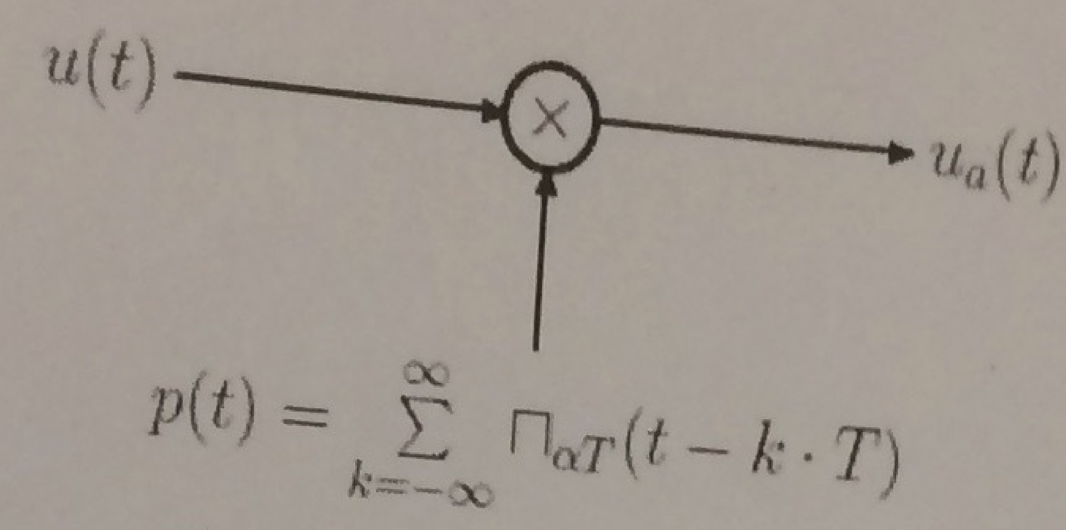
b) Das Signal werde ideal mit $\omega_T = 2\omega_u$ abgetastet. Zeichnen Sie $U_A(j\omega)$ im Bereich $-6\omega_u \leq \omega \leq 6\omega_u$. 1 P



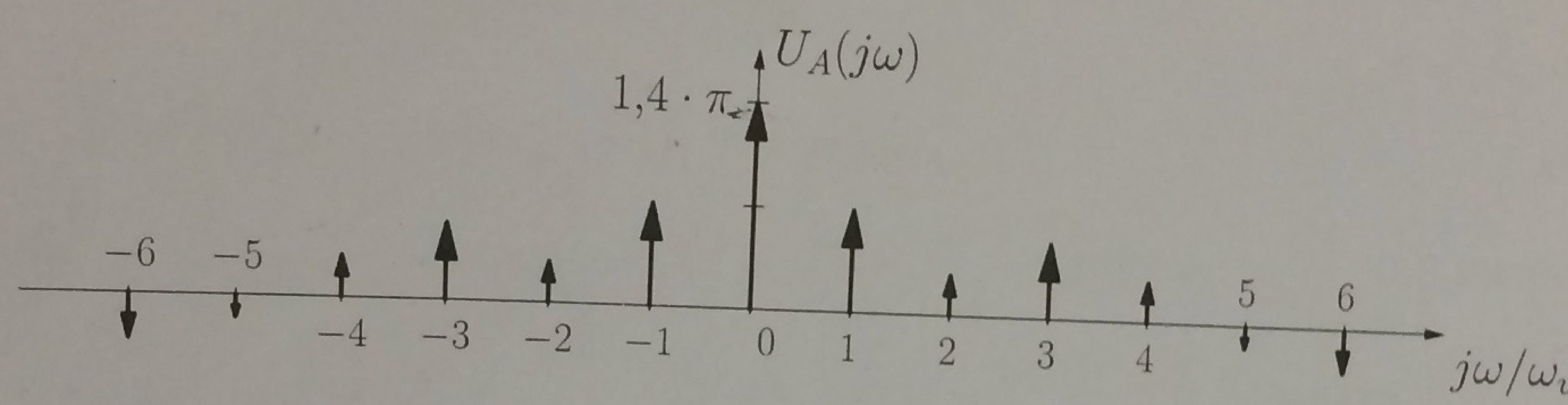
0,5 Punkte für die Amplitude

0,5 Punkte für die Abstand der δ-Impulse

c) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Shape-Top-Samplings. 1 P



d) Nun werde das Signal u(t) mittels Shape-Top-Sampling ($\omega_T = 3\omega_u$, $\alpha = 0,7$) abgetastet. Skizzieren Sie $U_A(j\omega)$ im Bereich $-6\omega_u \leq \omega \leq 6\omega_u$. 1 P



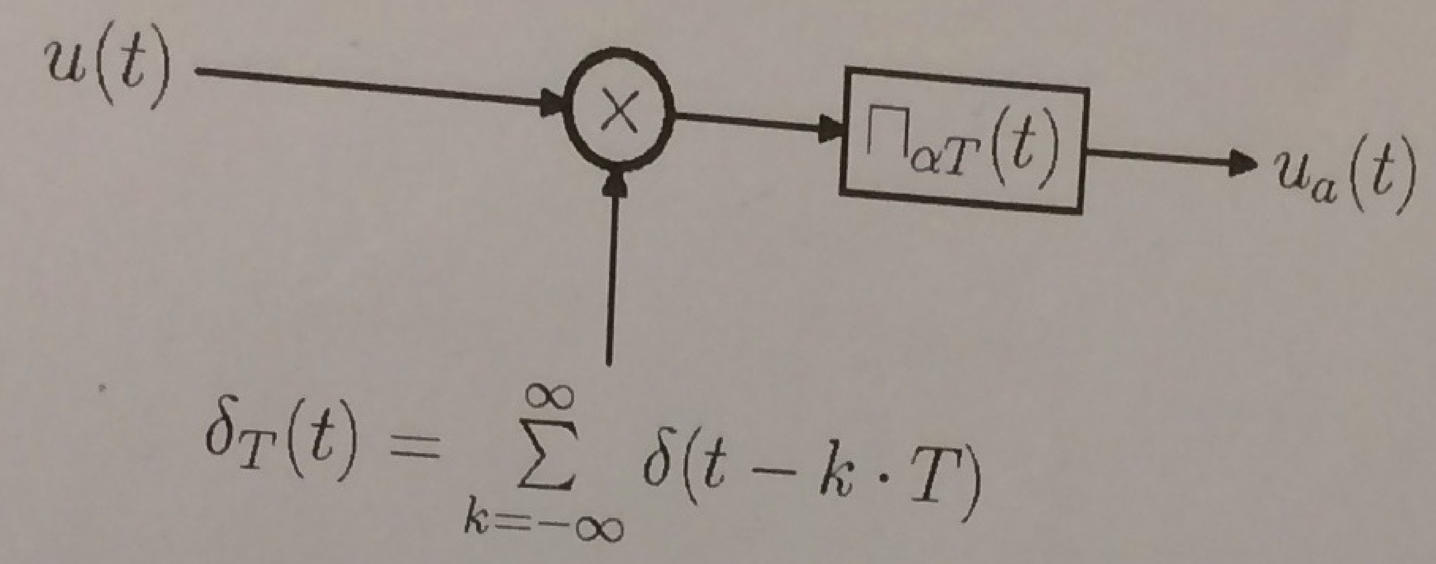
-0,5 Punkte falsche Amplitude

-0,5 Punkte falscher Verlauf

e) Was ist Aliasing? Wie entsteht Aliasing? 1,5 P

Aliasing sind Spiegelungseffekte beim rekonstruierten Signal. 0,5 Punkte
Überlappen der Spektren im Frequenzbereich, zu kleine Abtastfrequenz 0,5 Punkte
Die gespiegelten Spektren wurden nicht ausreichend gefiltert, Flankensteilheit des Tiefpasses zu gering 0,5 Punkte

f) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Flat-Top-Samplings. 1* P



g) Leiten Sie aus dem Blockschaltbild die Beschreibung von $v_A(t)$ ab und bestimmen Sie daraus das Spektrum $V_A(j\omega)$. Vereinfachen Sie so weit wie möglich, lösen Sie dabei die Faltung vollständig auf. 2* P

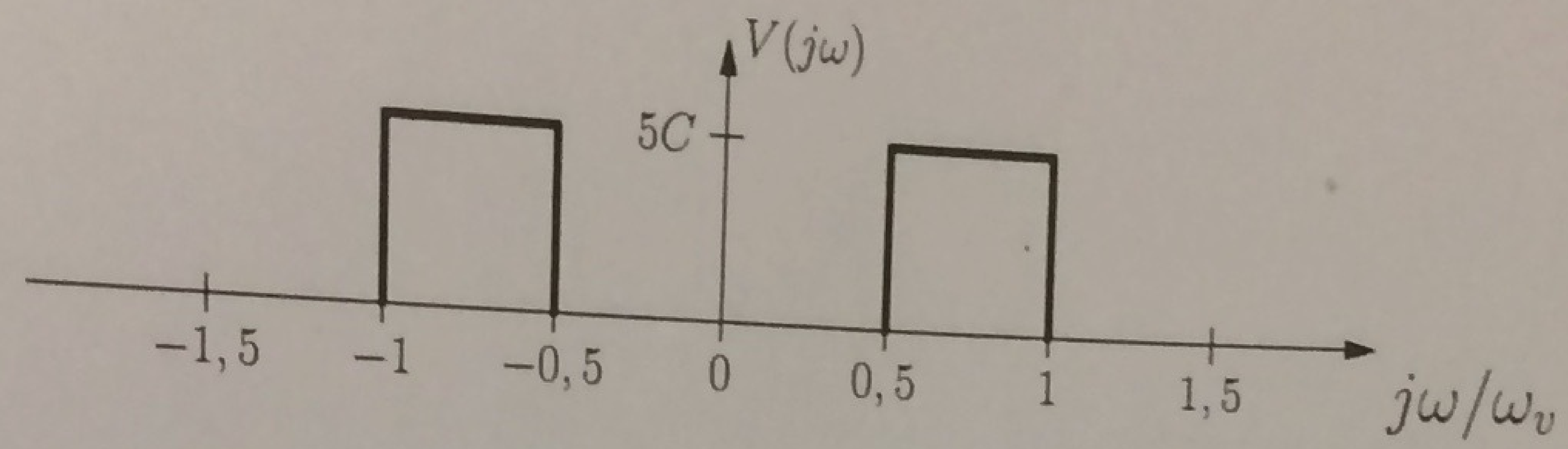
$$v_A(t) = (v(t) \cdot \delta_T(t)) * \sqcap_{\alpha T}(t) \quad \textbf{0,5 Punkte}$$

$$V_A(j\omega) = \frac{1}{2\pi}(V(j\omega) * \omega_T \delta_{\omega_T}(t)) \cdot \alpha \cdot T \cdot si(\frac{\omega \alpha T}{2}) \quad \textbf{mit } \omega_T = \frac{2\pi}{T} \quad \textbf{0,5 Punkte}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\frac{2\pi}{T} \cdot \alpha \cdot T \sum_{k=-\infty}^{\infty} V(j(\omega - k\omega_T)) \cdot si(\frac{\omega \alpha T}{2}) \quad \textbf{0,5 Punkte}$$

$$= \alpha \cdot si(\frac{\omega \alpha T}{2}) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} V(j(\omega - k\omega_T)) \quad \textbf{0,5 Punkte}$$

h) Gegeben sei das Spektrum $V(j\omega)$. Nun werde das Signals mittels Flat-Top-Sampling ($\omega_T = 2\omega_v$, $\alpha = 0{,}9$) abgetastet. Skizzieren Sie $V_A(j\omega)$ im Bereich $-6\omega_v \leq \omega \leq 6\omega_v$. 1* P



Allgemein:

$$V_a(j\omega) = \alpha\ si\left(\frac{\omega\alpha T}{2}\right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} V(j(\omega - k\omega_T))$$

Nebenrechnung:

$$\omega_T = 2\omega_v \textbf{ mit } \omega_T = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{2\pi}{T} = 2\omega_v$$

$$T = \frac{\pi}{\omega_v}$$

Berechnung einzelner Werte:

$$V_a(0,5\omega_v) = \alpha\ si\left(\frac{\omega\alpha T}{2}\right)\cdot V(j\omega) = \alpha\ si\left(\frac{\omega\alpha\frac{\pi}{\omega_v}}{2}\right)\cdot V(j\omega)$$

$$= 0,9\ si\left(\frac{0,5\omega_v\cdot 0,9\cdot\frac{\pi}{\omega_v}}{2}\right)\cdot 5C = 0,9\ si\,(0,5\cdot 0,45\cdot\pi)\cdot 5C = 4,13C$$

$$V_a(1\omega_v) = 0,9\ si\,(1\cdot 0,45\cdot\pi)\cdot 5C = 3,14C$$

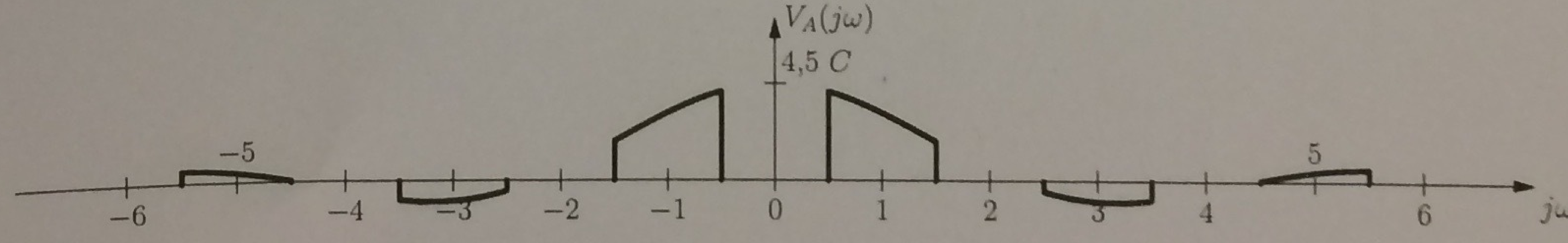
$$V_a(1,5\omega_v) = 0,9\ si\,(1,5\cdot 0,45\cdot\pi)\cdot 5C = 1,81C$$

$$V_a(2,5\omega_v) = 0,9\ si\,(2,5\cdot 0,45\cdot\pi)\cdot 5C = -0,49C$$

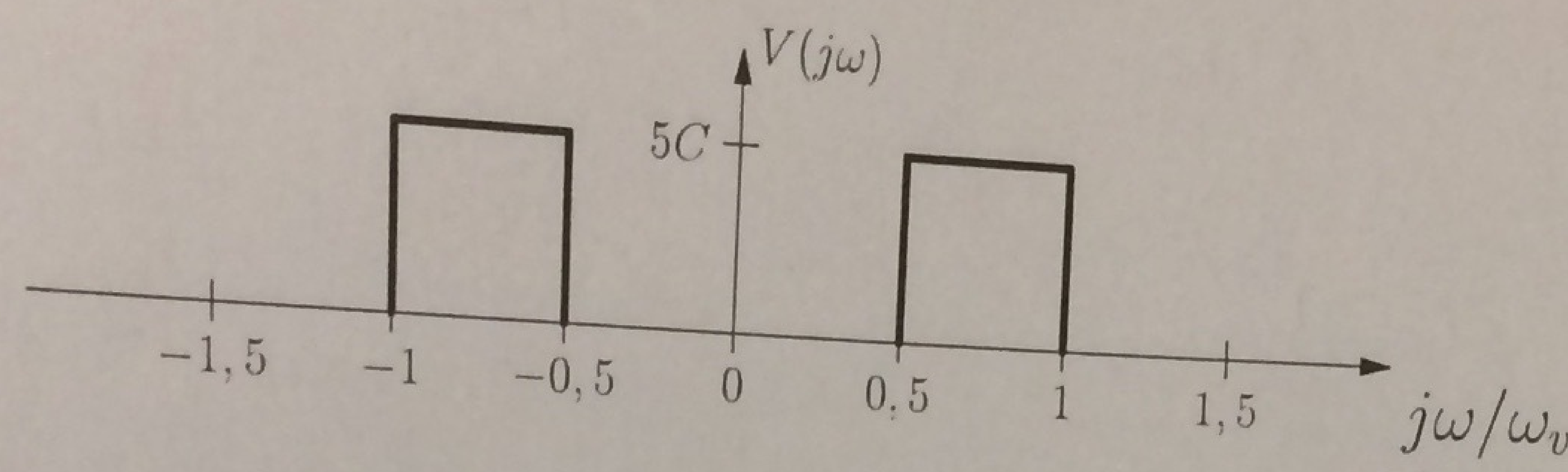
$$V_a(3,5\omega_v) = 0,9\ si\,(3,5\cdot 0,45\cdot\pi)\cdot 5C = -0,88C$$

$$V_a(4,5\omega_v) = 0,9\ si\,(4,5\cdot 0,45\cdot\pi)\cdot 5C = 0,06C$$

$$V_a(5,5\omega_v) = 0,9\ si\,(5,5\cdot 0,45\cdot\pi)\cdot 5C = 0,58C$$



h) Gegeben sei das Spektrum $V(j\omega)$. Nun werde das Signals mittels Flat-Top-Sampling ($\omega_T = 2\omega_v$, $\alpha = 0{,}9$) abgetastet. Skizzieren Sie $V_A(j\omega)$ im Bereich $-6\omega_v \leq \omega \leq 6\omega_v$. 1* P



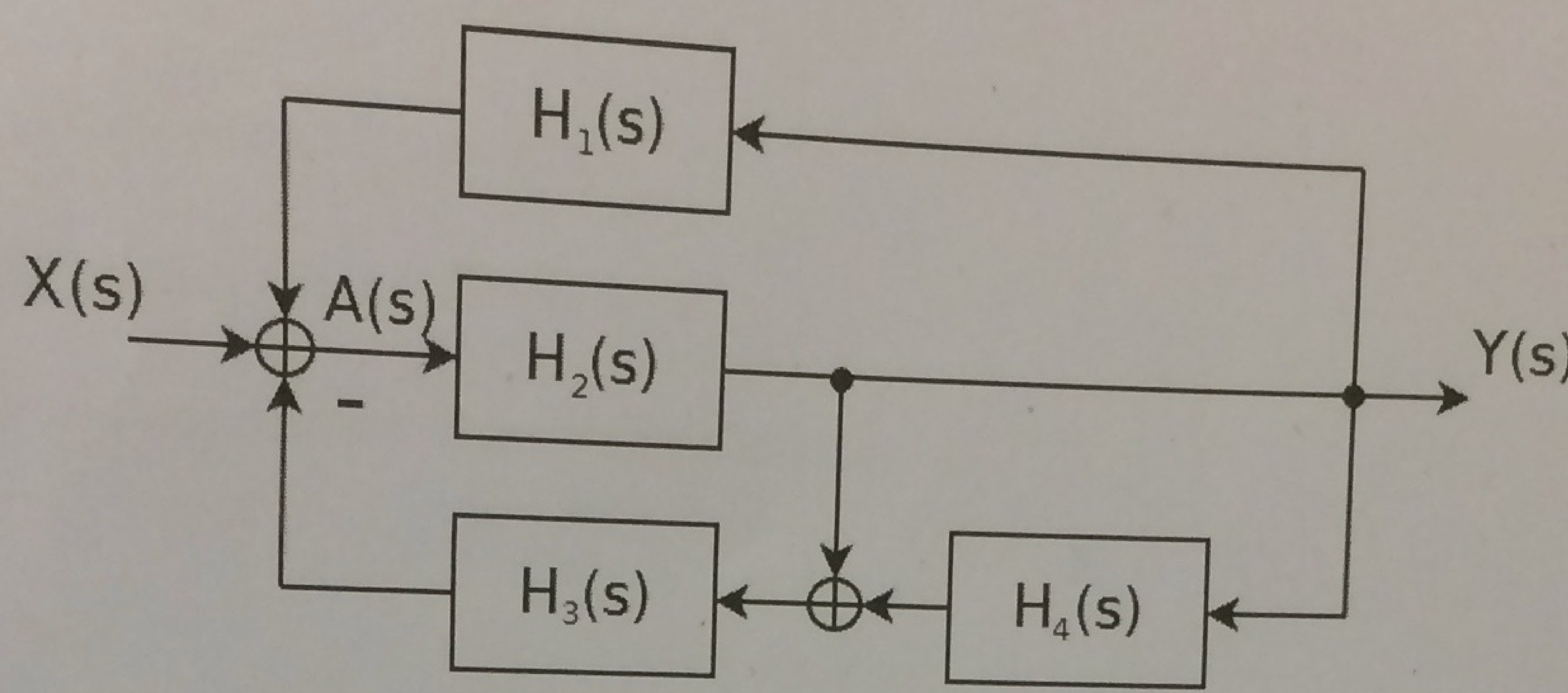
[redacted]

i) Lässt sich das Signal $v(t)$ perfekt rekonstruieren? Begründen Sie Ihre Antwort. 1* P

Ja 0,5 Punkte

Abtasttheorem/Nyquisttheorem erfüllt 0,5 Punkte

2.2 Gegeben sei das folgende Blockschaltbild. Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion $H_{\text{Ges}}(s)$ in Abhängigkeit von den Einzelübertragungsfunktionen $H_i(s)$, $i = 1, ..., 4$ an. Fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zusammen. 2 P



$$Y(s) = H_2(s)A(s)$$

$$A(s) = H_1(s)Y(s) + X(s) - H_3(s)(Y(s) + H_4(s)Y(s))$$

$$Y(s) = H_1(s)H_2(s)Y(s) + H_2(s)X(s) - H_2(s)H_3(s)Y(s) - H_2(s)H_3(s)H_4(s)Y(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{H_2(s)}{1 - H_1(s)H_2(s) + H_2(s)H_3(s) + H_2(s)H_3(s)H_4(s)}$$

2 Punkte für die richtige Übertragungsfunktion

oder

maximal 1,5 Punkte für richtige Zwischenergebnisse

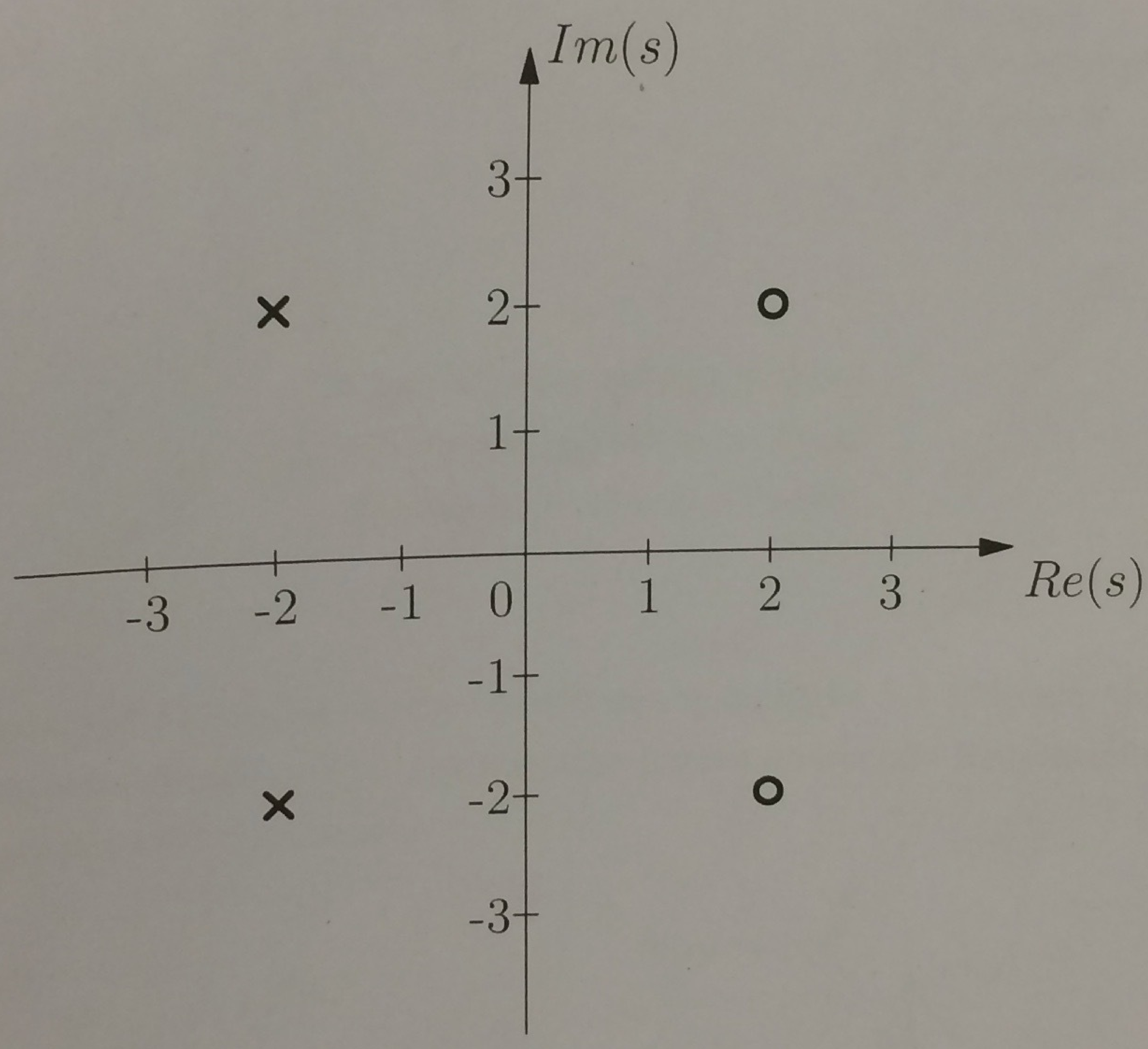
2.3 Von einem realen, zeitkontinuierlichen System seien nachfolgende Eigenschaften bekannt. Skizzieren Sie das PN-Diagramm des Systems. Erläutern Sie Ihre Schlussfolgerungen aus den genannten Eigenschaften. 2 P

a) $|H(j\omega)| = $ konst.

b) Es gibt genau vier Extremstellen.

c) Der Imaginärteil einer Polstelle ist 2.

d) Der Realteil mindestens einer Nullstelle ist 2.



- **a) Es handelt sich um ein Allpasssystem.**
- **a) + b) Es gibt zwei Pol- und zwei Nullstellen.**
- **c) + reales System:** $\Im\{z_{x1,2}\} = \pm 2$ **+ a):** $\Im\{z_{01,2}\} = \pm 2$
- **d)** $\Re\{z_{01}\} = 2$ **+ reales System** $\Re\{z_{02}\} = 2$ **+ a)** $\Re\{z_{x1,2}\} = -2$

3

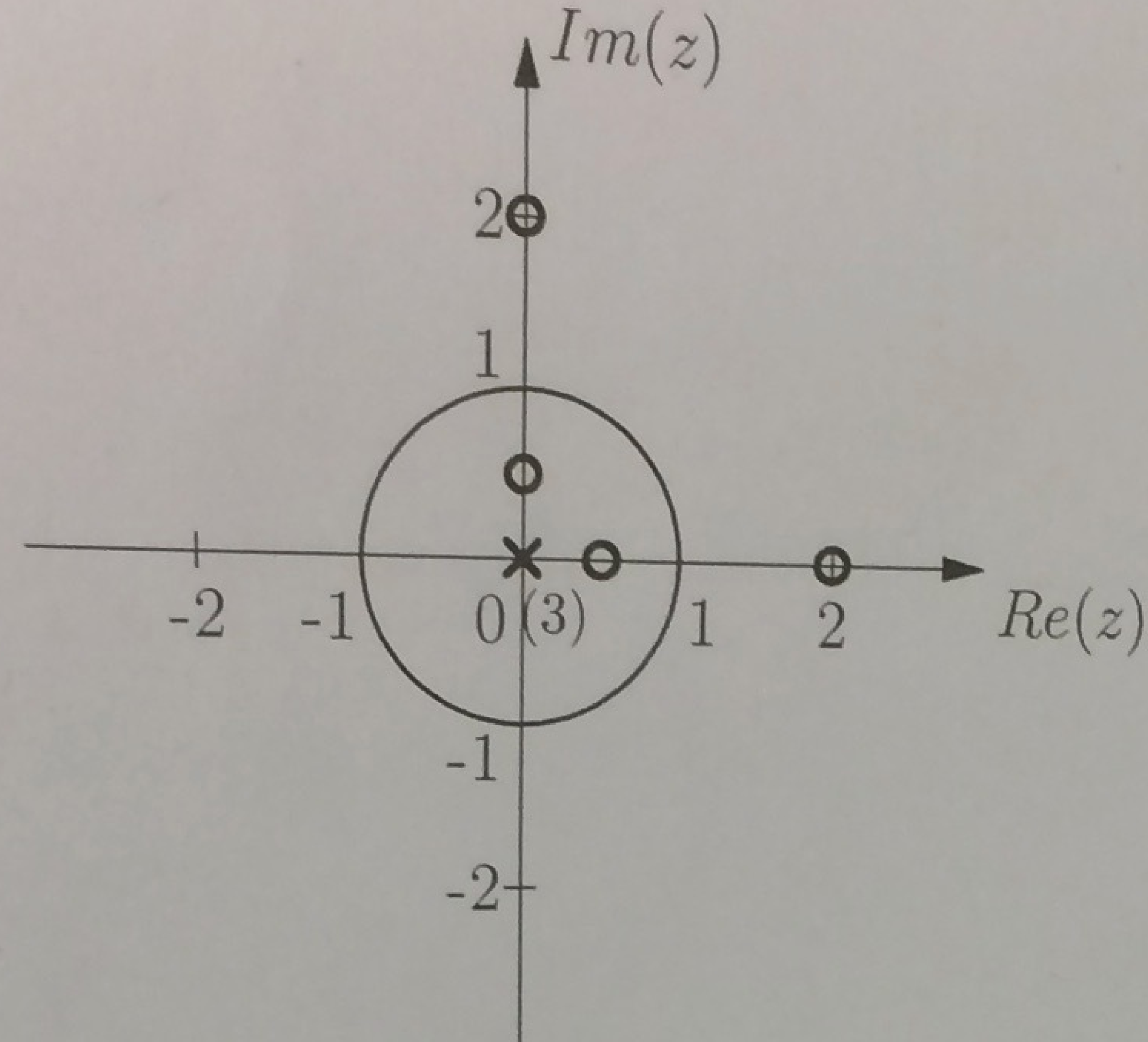
Zeitdiskrete Signale und Systeme

11 Punkte

3.1 PN-Diagramme zeitdiskreter Systeme

4 P

a) Gegeben sei das folgende PN-Diagramm eines zeitdiskreten Systems. Kreuzen Sie rechts die entsprechenden Eigenschaften des Systems an. 3 P



ja	nein	
☐	☒	reellwertig
☒	☐	(bedingt) stabil
☐	☒	kausal
☒	☐	linearphasig
☐	☒	Allpass
☐	☒	minimalphasig

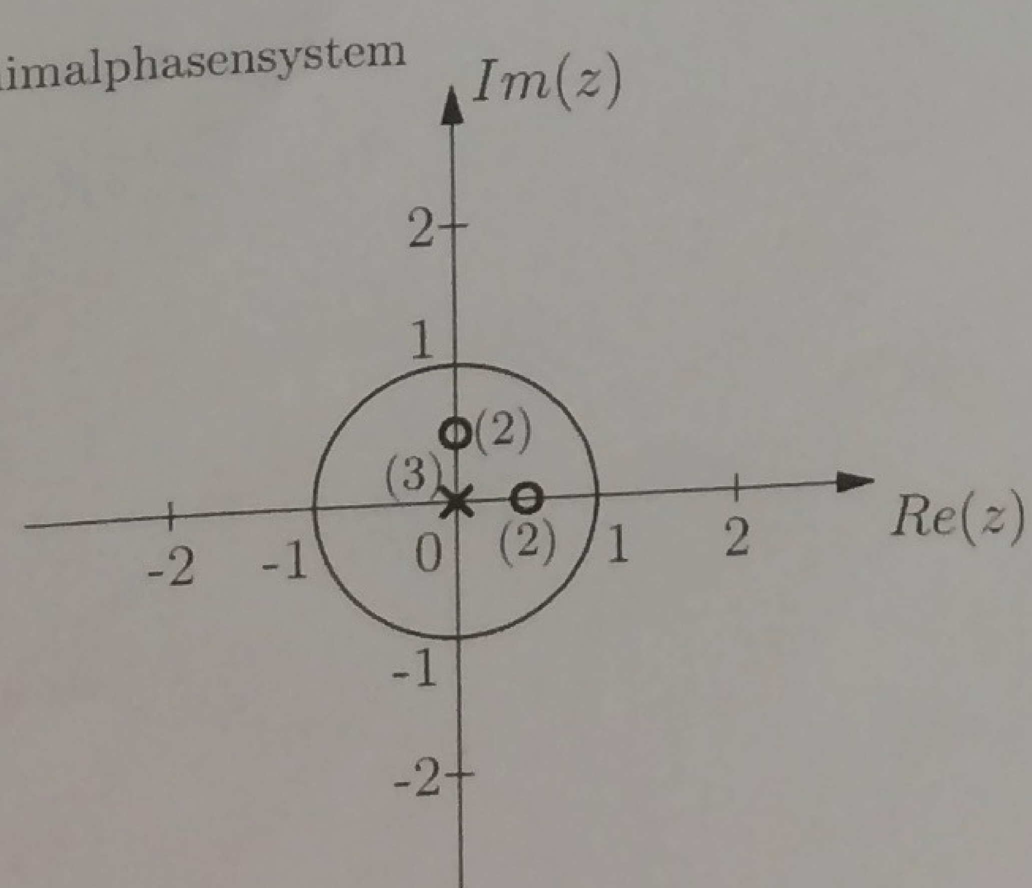
0,5 Punkte pro richtigem Kreuz

-0,5 Punkte pro falschem Kreuz

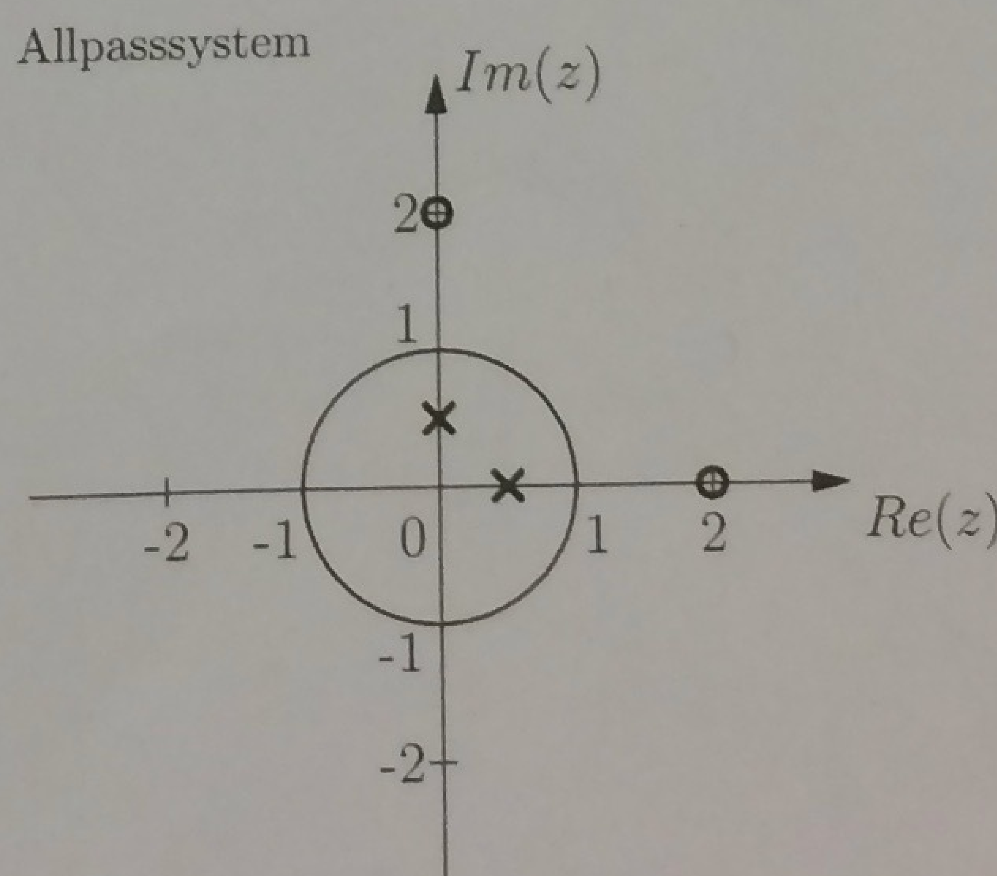
insgesamt: Minimum 0 Punkte

b) Zerlegen Sie, falls möglich, das System aus Teilaufgabe 3.1 a) in ein Allpass- und Minimalphasensystem. Zeichnen Sie die resultierenden Extremstellen in das passende PN-Diagramm. 1 P

Minimalphasensystem



Allpasssystem



Minimalphasensystem 0,5 Punkte   Allpasssystem 0,5 Punkte

alternativ: Polstellen im Allpass

3.2 Gegeben sei die Systemfunktion $H(z) = \frac{z^2+2z+1}{z^3+z}$.

a) Bestimmen Sie die Differenzengleichung $y(n)$. 3 P

2 P

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(Z)} = \frac{z^2+2z+1}{z^3+z} = \frac{z^{-1}+2z^{-2}+z^{-3}}{1+z^{-2}}$$

$$Y(z) + z^{-2} \cdot Y(z) = z^{-1} \cdot X(z) + 2 \cdot z^{-2} \cdot X(z) + z^{-3} \cdot X(z) \quad \textbf{1 Punkt}$$

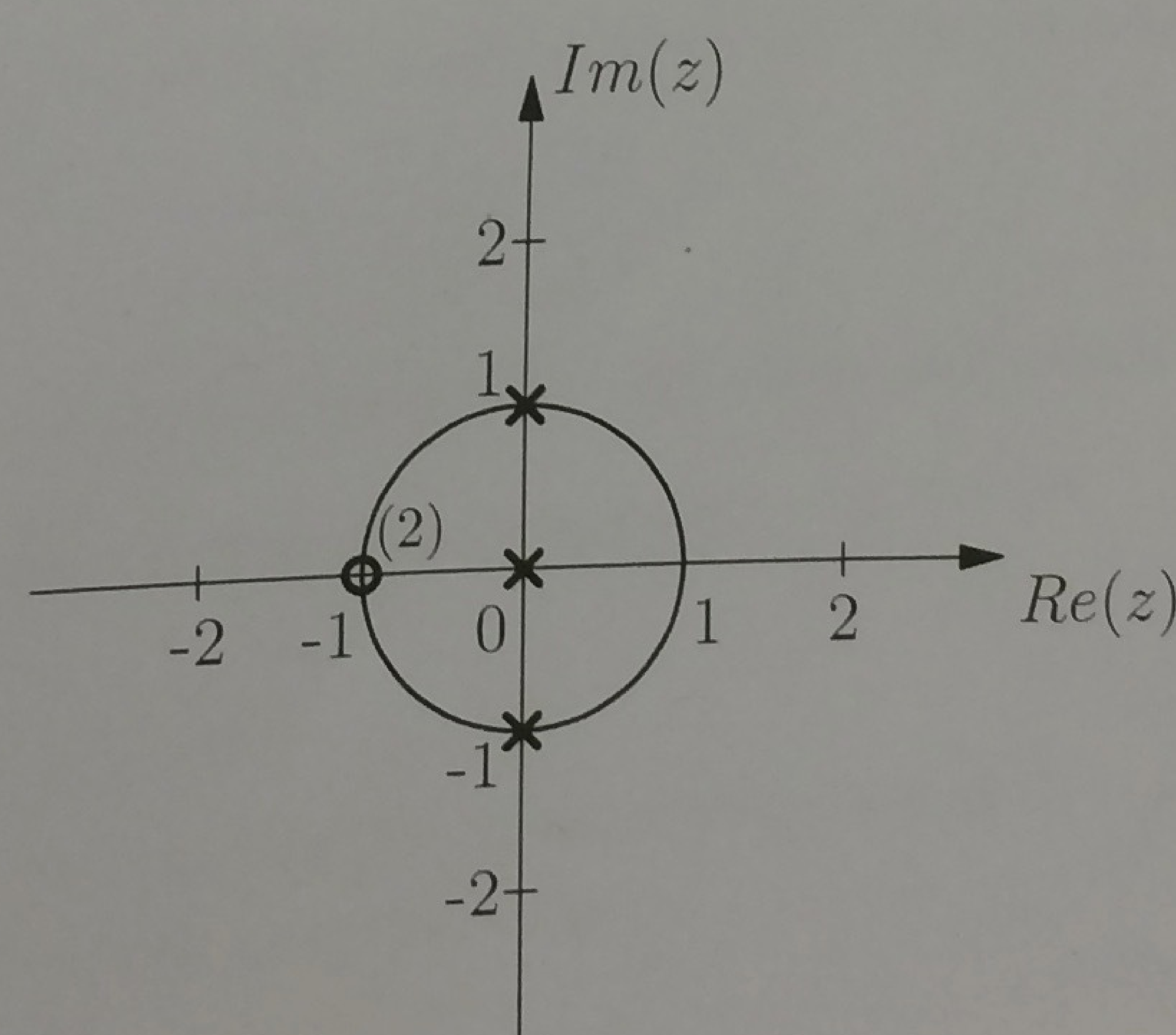
$$y(n) = x(n-1) + 2 \cdot x(n-2) + x(n-3) - y(\underset{n}{\cancel{1}} - 2) \quad \textbf{1 Punkt}$$

alternativ:

$$y(n) + y(\underset{n}{\cancel{1}} - 2) = x(n-1) + 2 \cdot x(n-2) + x(n-3) \quad \textbf{max. 1,5 Punkte}$$

b) Bestimmen Sie die Lage der Pol- und Nullstellen von $H(z)$ und zeichnen Sie das zugehörige PN-Diagramm. 1 P

$$H(z) = \frac{(x+1)^2}{z \cdot (z^2+1)}; \quad z_{0_{1,2}} = -1; \quad z_{x_1} = 0; \quad z_{x_{2,3}} = \pm j$$



Extremestellen: 0,5 Punkte

PN-Diagramm: 0,5 Punkte

alternativ:

Polstellen berechnet und gezeichnet 0,5 Punkte

Nullstellen berechnet und gezeichnet 0,5 Punkte

3.3 Gegeben sei die Folge $\{2; 0; 1; 2\}$.

a) Berechnen Sie die DFT der Folge. 4 P

2 P

$$\Delta\Omega = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$U_{DFT}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} u(k)\cdot e^{-jkn\Delta\Omega} = \sum_{k=0}^{3} u(k)\cdot e^{-jkn\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2\cdot e^{-j0n\frac{\pi}{2}} + 0\cdot e^{-j1n\frac{\pi}{2}} + 1\cdot e^{-jn2\frac{\pi}{2}} + 2\cdot e^{-jn3\frac{\pi}{2}} = 2 + 1\cdot e^{-jn\pi} + 2\cdot e^{-jn3\frac{\pi}{2}}$$

$U_{DFT}(0) = 2 + 1\cdot e^{-j0\pi} + 2\cdot e^{-j0\cdot 3\frac{\pi}{2}} = 5$ **0,5 Punkte**

$U_{DFT}(1) = 2 + 1\cdot e^{-j\pi} + 2\cdot e^{-j3\frac{\pi}{2}} = 2 + 1\cdot(-1) + 2\cdot j = 1 + 2j$ **0,5 Punkte**

$U_{DFT}(2) = 2 + 1\cdot e^{-j2\pi} + 2\cdot e^{-j3\pi} = 2 + 1 + 2\cdot(-1) = 1$ **0,5 Punkte**

$U_{DFT}(3) = U(1)^* = 2 + 1\cdot e^{-j3\pi} + 2\cdot e^{-j\frac{9\pi}{2}} = 2 + 1\cdot(-1) + 2\cdot(-j) = 1 - 2j$ **0,5 Punkte**

$U_{DFT}(n) = \{...; 5; 1+2j; 1; 1-2j; ...\}$

b) Welche Eigenschaften unterscheiden die DFT von der gewöhnlichen Fouriertransformation? 1 P

- **Zeitsignale werden so interpretiert, als ob sie periodisch wären. 0,5 Punkte**
- **Das Spektrum wir periodisch fortgesetzt. 0,5 Punkte**

c) Beweisen Sie allgemein die Symmetrieeigneschaft $U_{DFT}(N-n) = U^*_{DFT}(n)$ der diskreten Fouriertransformation. 1 P

$$U_{DFT}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} u(k)\cdot e^{-jkn\Delta\Omega}$$

$$U_{DFT}(N-n) = \sum_{k=0}^{N-1} u(k)\cdot e^{-jk(N-n)\Delta\Omega} = \sum_{k=0}^{N-1} u(k)\cdot e^{jkn\Delta\Omega}\cdot e^{-jkN\Delta\Omega} \quad \textbf{mit } \Delta\Omega = \frac{2\pi}{N}$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} u(k)\cdot e^{jkn\Delta\Omega}\cdot e^{-jkN\frac{2\pi}{N}} = \sum_{k=0}^{N-1} u(k)\cdot e^{jkn\Delta\Omega}\cdot 1 = U^*_{DFT}(n)$$