Klausur Signale und Systeme
25. Juli 2003

Name: . . . .

Vorname: . . . .

Matr.-Nr.: . . . .

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Hinweise:

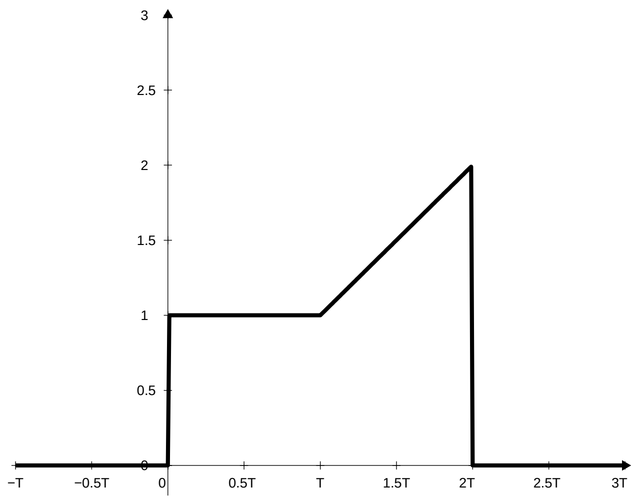
- Die Lösungen bitte jeweils auf den freien Platz unterhalb der Aufgabe schreiben. Benutzen Sie ggf. auch die freien Rückseiten der Aufgabenblätter, *jedoch kein anderes Papier!*
- Bei Bedarf teilt die Klausuraufsicht weitere Blätter aus.
- Hilfsmittel:
  - nicht programmierbarer Taschenrechner
  - handschriftliche Formelsammlung (ein A4 Blatt, zweiseitig)
- Verwenden Sie bitte keinen Bleistift und keinen roten oder grünen Stift.
- Bei einem Täuschungsversuch wird die Klausur mit 5,0 bewertet.

A1	A2	A3	A4	Summe

1. Aufgabe (10 Punkte): Signale im Zeitbereich

1.1. Zeittransformation (5 Punkte)

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen. Achten Sie dabei auf eine vollständige Achsenbeschriftung. Das Signal $u(t)$ sei durch folgende Skizze gegeben.



a) $u_1(t) = u(-2t + T)$

b) $u_2(t) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{T}t - \pi\right)$

c) $u_3(t) = \sqcap_{4T}(t) \cdot |cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)|$

1.2. Bestimmen Sie die Energie des Signals $u(t)$. (1 Punkt)

1.3. Faltung (4 Punkte)

Gegeben sind die zeitkontinuierlichen Signale $u(t)$ und $v(t)$.

$$u(t) = \begin{cases} B & t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$v(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-\alpha t} & t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie $u(t)$ und $v(t)$ für $0 < \alpha < 1$

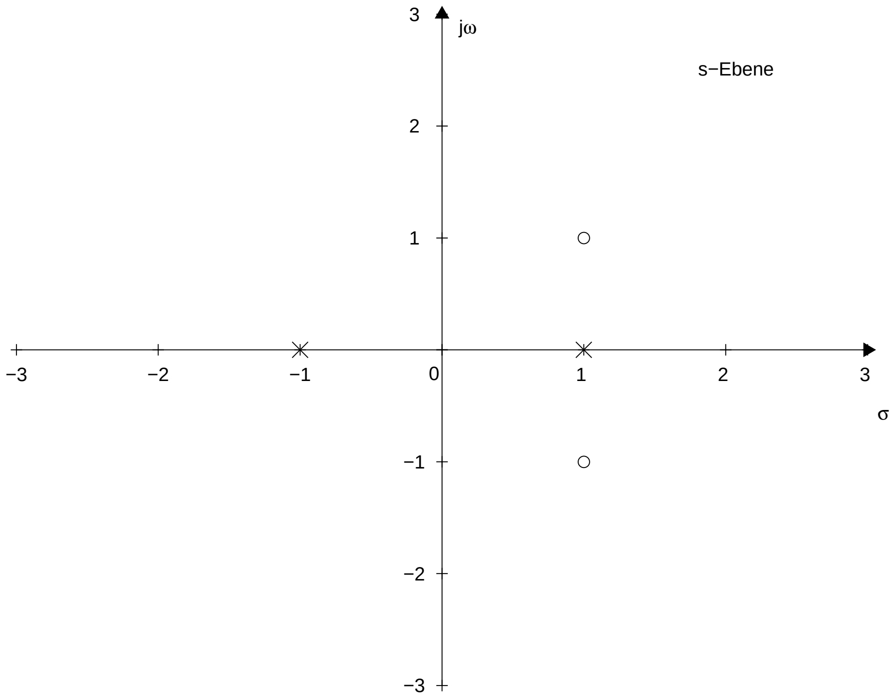
b) Bestimmen Sie $y(t) = u(t) * v(t)$.

c) Skizzieren Sie $y(t)$ für $0 < \alpha < 1$.

2. Aufgabe (10 Punkte): Zeitkontinuierliche Signale und Systeme

Gegeben ist das Pol- / Nullstellendiagramm eines zeitkontinuierlichen linearen Systems H_1.
Es gelte:

$$H_1(0) = 1$$



2.1. Übertragungsfunktion (2 Punkte)
Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H_1(s)$.

2.2. Amplitudengang (2 Punkte)

Bestimmen Sie graphisch den Amplitudengang $A(\omega)$ des Systems H_1. Ergänzen Sie zunächst die folgenden Tabelle und *skizzieren Sie den Amplitudengang.*

ω	0	1	2	∞
$A(\omega)$				

2.3. Eigenschaften (1 Punkt)

Untersuchen Sie das System H_1 auf folgende Eigenschaften und begründen Sie kurz Ihre Antwort:

a) Kausalität

b) Stabilität

2.4. Minimalphasiger Anteil (3 Punkte)

Zerlegen Sie das System H_1 in einen *Allpass* H_2 und ein *minimalphasiges System* H_3.
Es gelte:

$$H_1(s) = H_2(s) \cdot H_3(s)$$

a) Geben Sie (bis auf einen konstanten Faktor) die Übertragungsfunktion $H_3(s)$ des minimalphasigen Systems an.

b) Wie müssen die Systeme H_2 und H_3 verschaltet sein (mit kurzer Begründung)?

c) Ist das System $H_3(s)$ linearphasig (mit kurzer Begründung)?

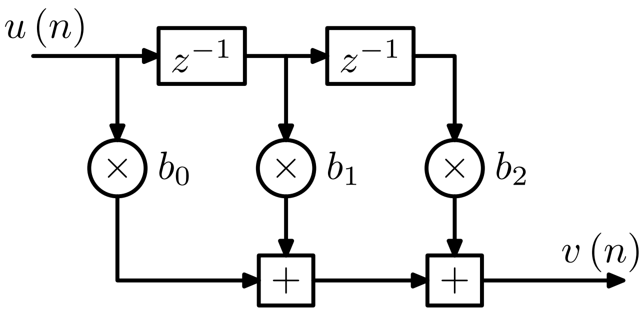
3. Aufgabe (10 Punkte): Zeitdiskrete Signale und Systeme

3.1. z-Transformation (2 Punkte)
Gegeben ist die zeitdisktrete Folge $u(n)$:

$$u_n = \sigma(n) \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

Bestimmen Sie die z-Transformierte $U(z)$ und deren Konvergenzbereich!

3.2. Zeitdiskrete Systeme (8 Punkte)
Gegeben ist das zeitdiskrete lineare System mit $b_0 = 1$ und $b_1 = b_2 = 2$.



a) Bestimmen Sie die *Impulsantwort* $h(n)$ und die *Sprungantwort* $h_\sigma(n)$.

b) Bestimmen Sie die Systemfunktion H(z) und skizzieren Sie das Pol-/ Nullstellendiagramm.

c) Falls die Fouriertransformierte von h(n) existiert, bestimmen Sie diese.
Begründen Sie Ihr Vorgehen.

d) Untersuchen Sie das System auf folgende Eigenschaften und begründen Sie kurz Ihre Antwort:
Kausalität

Stabilität

Linearphasigkeit

Zeitinvarianz

4. Aufgabe (10 Punkte): Abtastung

Gegeben ist das Signal

$$u(t) = A_1 cos(\omega_1 t) + A_2 cos(\omega_2 t) + A_1 cos(\omega_3 t)$$

mit

$$\omega_1 = 2\pi 550[rad \cdot s^{-1}], \omega_2 = 2\pi 750[rad \cdot s^{-1}], \omega_3 = 2\pi 950[rad \cdot s^{-1}], A_2 = 2A_1$$

4.1. Skizzieren Sie das Spektrum dieses Signals und beschriften Sie es vollständig. (3 Punkte)

4.2. Geben Sie die Bandbreite dieses Signals an. (1 Punkt)

4.3. Das Signal wird nun mit einer Abtastfrequenz $f_T = 1000$[Hz] abgetastet. Kann das original Signal fehlerfrei aus dem abgetasteten Signal rekonstruiert werden? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

4.4. Skizzieren Sie das Spektrum des abgetasteten Signals zwischen -1000Hz und 2000Hz und beschriften Sie es vollständig. (2 Punkte)

4.5. Die Wiener-Kintchine-Beziehung besagt, daß die Autokorrelationsfunktion eines Signals und sein Energie- bzw. Leistungsdichtespektrum Fouriertransformierte sind.

$$r_{uu}(\tau) \leftrightarrow |U(j\omega)|^2$$

Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion $r_{uu}(\tau)$ von $u(t)$ mit Hilfe der Wiener-Kintchine-Beziehung (2 Punkte)