



Klausur Signale und Systeme

04. Okt. 2005

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hinweise:

- Die Lösungen bitte jeweils auf den freien Platz unterhalb der Aufgabe schreiben. Benutzen Sie ggf. auch die freien Rückseiten der Aufgabenblätter, *jedoch kein anderes Papier!* Bei Bedarf teilt die Klausuraufsicht weitere Blätter aus.
- Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe erkennbar sein!
- Hilfsmittel:
 - nicht programmierbarer Taschenrechner
 - handschriftliche Formelsammlung (ein A4 Blatt, einseitig)
- Verwenden Sie bitte keinen Bleistift und keinen roten oder grünen Stift.
- Bei einem Täuschungsversuch wird die Klausur mit 5,0 bewertet.

A1	A2	A3	Summe

1. Aufgabe (10 Punkte): Signale im Zeit- und Frequenzbereich

Gegeben sind:

$$u(t) = A \Pi_T(t/2) \left(1 - \left|\frac{t}{T}\right|\right)$$

$$v(t) = \delta_{2T}(t) \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

$$w(t) = u(t) * v(t)$$

1.1. Zeittransformation (3 Punkte)

Skizzieren Sie $u(t)$ und $v(t)$. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung.

1.2. Faltung (2 Punkte)

Skizzieren Sie $w(t)$, achten Sie unbedingt auf eine vollständige Beschriftung.

1.3. Energie/Leistung (2 Punkte)

Handelt es sich bei $w(t)$ um ein Energiesignal oder Leistungssignal? Wenn es sich um ein Energiesignal handelt bestimmen Sie die Energie, wenn es sich um ein Leistungssignal handelt bestimmen Sie die Leistung von $w(t)$.

1.4. Fouriertransformation (1 Punkt)

Zeigen Sie, daß periodische Signale ein frequenzdiskretes Spektrum (Linienspektrum) aufweisen.

1.5. Kreuzkorrelation (2 Punkte)

Zeigen Sie, daß zwischen Kreuzkorrelation und Faltung folgender Zusammenhang besteht:

$$r_{uv}(\tau) = u(-\tau) * v(\tau)$$

2. Aufgabe (10 Punkte): Zeitkontinuierliche Signale und Systeme

2.1. Pol-/ Nullstellendarstellung (4 Punkte)

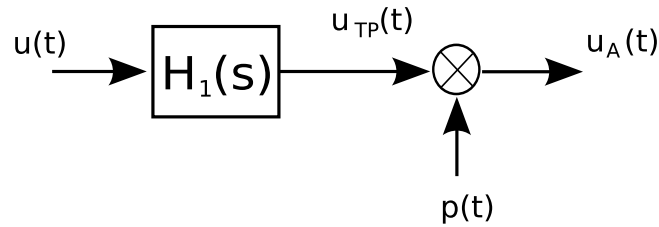
Von einem zeitkontinuierlichen, realen und linearen System H_1 seien folgende Eigenschaften bekannt:

1. Das System ist stabil.
2. Das System ist minimalphasig.
3. Der Amplitudengang weist Tiefpaß-Charakteristik auf.
4. $\lim_{\omega \rightarrow \infty} H(j\omega) = 0$
5. Der Betrag des Realteils aller Pol- und Nullstellen ist 0, 5
6. Es existieren insgesamt fünf Pol-/Nullstellen (zusammen).
7. Der Imaginärteil einer Pol- *oder* Nullstelle ist 1.
8. Der Imaginärteil einer Pol- *oder* Nullstelle ist 2.

Skizzieren Sie das Pol-Nullstellendiagramm. Begründen Sie die Lage der Pol und Nullstellen. Nutzen Sie bei der Begründung die Nummerierung der oben genannten Eigenschaften.

2.2. Abtastung (6 Punkte)

Das zeitkontinuierliche Signal $u(t)$ wird zunächst mit einem System H_1 gefiltert und dann mit der Abtastfunktion $p(t)$ nicht ideal abgetastet.



Die Übertragungsfunktion des Systems H_1 , der Amplitudengang des Signals $u(t)$ und die Abtastfunktion $p(t)$ sind gegeben:

$$\begin{aligned}
 H_1(s) &= \Pi_{2\omega_{TP}}(\omega) \\
 |U(j\omega)| &= A \left(1 - \left| \frac{\omega}{\omega_U} \right| \right) \Pi_{2\omega_U}(\omega) \\
 p(t) &= \delta_T(t) * \Pi_{\alpha T}(t) \quad \text{mit } \alpha \ll T \\
 \omega_U &= 3\omega_T/4
 \end{aligned}$$

a) Wie groß muß ω_{TP} gewählt werden, damit es durch die Abtastung nicht zu spektraler Überlappung kommt? Geben Sie die Antwort in Abhängigkeit von ω_U an.

b) Skizzieren Sie den Amplitudengang $A_U(\omega)$ des Signals $u_{TP}(t)$. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung und markieren Sie die Stellen ω_U , ω_{TP} und ω_T . Für die Skizze gelte:

$$\omega_{TP} = \frac{\omega_U}{2}$$

c) Bestimmen Sie den Amplitudengang des abgetasteten Signals $|U_A(j\omega)|$ in Abhängigkeit von $|U(j\omega)|$. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung. Es sei:

$$\omega_{TP} = \frac{\omega_U}{2}$$

d) Beschreiben Sie, wie Sie vorgehen müßten um das Signal $u_{TP}(t)$ aus dem Signal $u_A(t)$ zu rekonstruieren. Ist eine *fehlerfreie Rekonstruktion* möglich?

3. Aufgabe (10 Punkte): Zeitdiskrete Signale und Systeme

3.1. z-Transformation (3 Punkte)

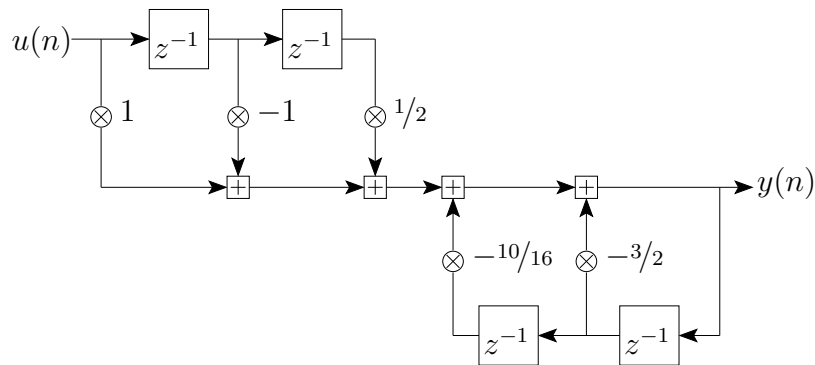
Gegeben ist das zeitdiskrete Signal $u(n)$:

$$u(n) = \sigma(-n) 2^{\alpha n} \quad \text{mit } \alpha \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie die z-Transformierte $U(z)$ und geben Sie den Konvergenzbereich an. Für welche Werte von α existiert die Fouriertransformierte? Begründen Sie Ihre Antwort.

3.2. Zeitdiskrete Systeme (2 Punkte)

Gegeben ist das folgende zeitdiskrete lineare System H_2 .



Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen des gegebenen Systems H_2 .

3.3. Eigenschaften (2 Punkte)

Ist das System H_2 *stabil*? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ist das System H_2 *minimalphasig*? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ist das System H_2 eher ein *Hoch- Tief- oder Bandpass*? Begründen Sie Ihre Antwort.

3.4. DFT (3 Punkte)

Bestimmen Sie die DFT der zeitdiskreten Folge $x(n)$ zur Blocklänge 8.

$$x(n) = \sum_{k=0}^2 \delta(n - k)$$

Hinweis:

$$X_{DFT}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-jkn\Delta\Omega}$$