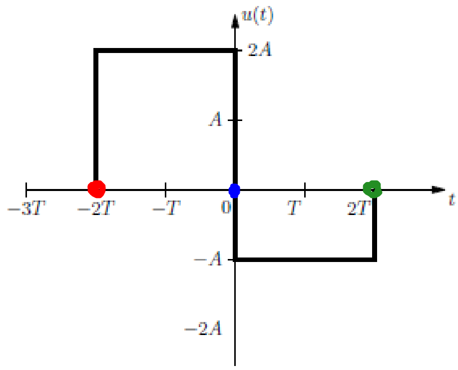
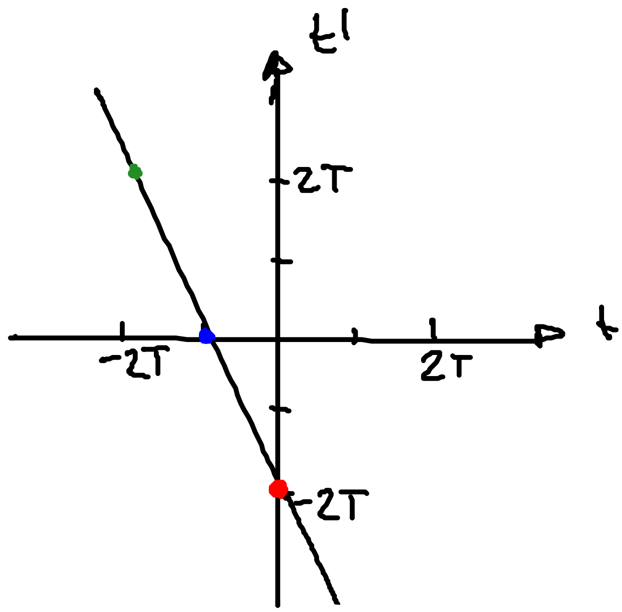
Klausurvorbereitung SoSe 2014

15.07.2013 (Klausur)

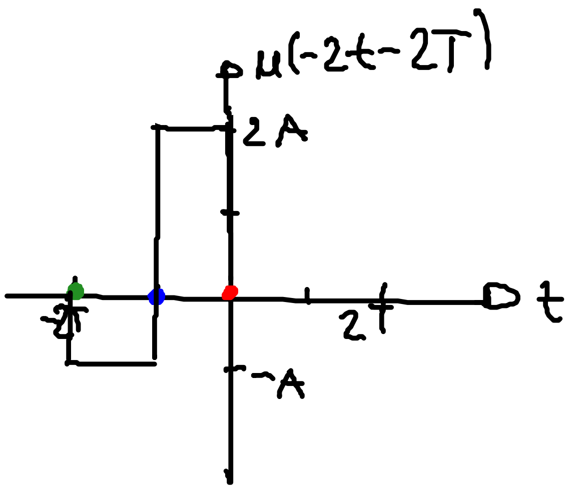
1.1.



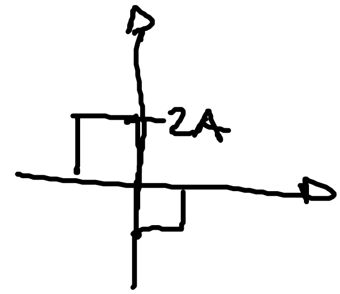


a) Skizzieren Sie das Signal $u(-2t-2T)$.

$t' = -2t - 2T$



b) Das Signal $u(t)$ werde periodisch fortgesetzt mit $T_P = 6T$. Geben Sie für diesen Fall die Leistung des periodisch fortgesetzten Signals $u_P(t) = u(t) * \delta_{T_P}(t)$ an.



$$P_M = \frac{1}{T}\int_T u_p(t)^2\,dt$$

$$= \frac{1}{6T}\left(\int_{-2T}^{0}(2A)^2\,dt + \int_{0}^{2T}(-A)^2\,dt\right)$$

$$= \frac{1}{6T}\left(4A^2t\Big|_{-2T}^{0} + A^2t\Big|_{0}^{2T}\right)$$

$$= \frac{1}{6T}\left(4A^2\cdot 0 - (4A^2(-2T)) + A^2\,2T - A^2\cdot 0\right)$$

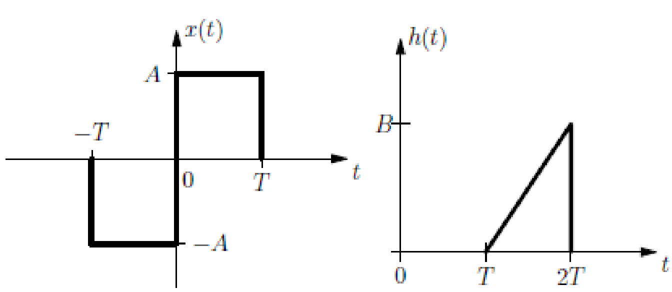
$$= \frac{1}{6T}\left(8A^2T + 2A^2T\right) = \frac{10}{6}A^2 = \frac{5}{3}A^2$$

c) Beweisen Sie allgemein, dass ein periodisches Signal ein frequenzdiskretes Spektrum besitzt. 1* P

$$U_p(j\omega) = \mathcal{F}\{u(t) * \delta_{T_p}(t)\}$$

$$= U(j\omega)\cdot\omega_{T_P}\cdot\delta_{\omega_{TP}}(\omega)$$

1.2 Gegeben seien die folgenden Signale $x(t)$ und $h(t)$. 6,5 P



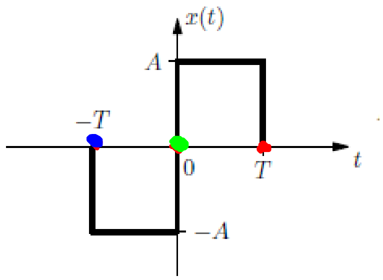
a) Berechnen Sie die Antwort $y(t)$ eines Filters mit der Impulsantwort $h(t)$ auf das Eingangssignal $x(t)$. 4,5 P

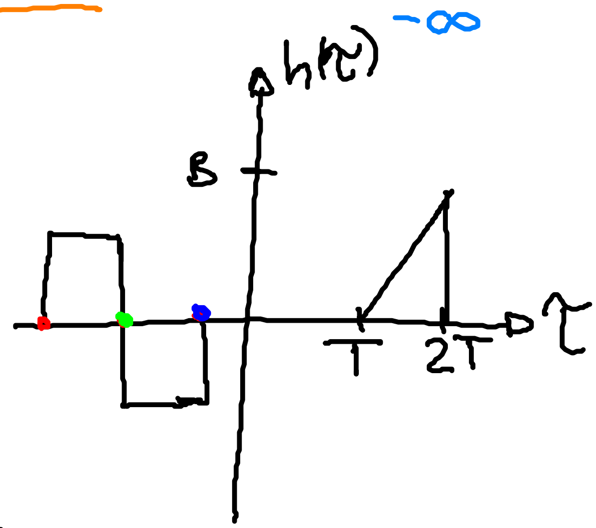
Faltung: $y(t) = x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$

$x(t) = \begin{cases} -A;\ -T<t<0 \\ A;\ 0<t<T \end{cases}$ $\quad h(t) = \begin{cases} \frac{B}{T}t - B = B/T(t-T) \\ ;\ T<t<2T \end{cases}$

$0\ ;\ \text{sonst}$ $\qquad\qquad$ $0\ ;\ \text{sonst}$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\cdot x(\underline{t-\tau})\, d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\cdot h(t-\tau)\, d\tau$$





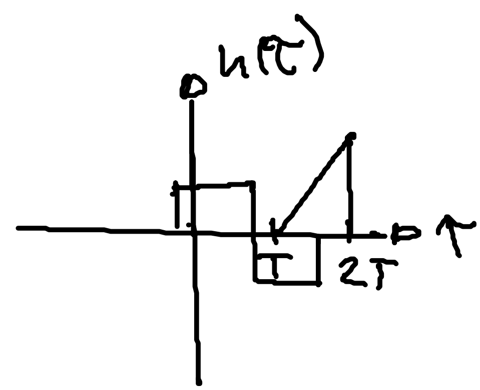
$$t-\tau = -T \iff \underline{\tau = t+T}$$

$$t-\tau = 0 \iff \underline{\tau = t}$$

$$t-\tau = T \iff \tau = \underline{t-T}$$

__1. Fall__: $t+T \leq T \qquad t \leq 0$

$$y(t) = 0;$$



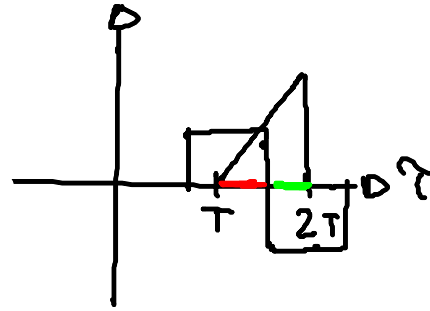
__2. Fall__: $t \leq T; \quad 0 < t \leq T$

$$y(t) = \int_{T}^{t+T} -\frac{AB}{T}(\tau - T)\, d\tau$$

$$= -\frac{AB}{T}\left(\frac{\tau^2}{2} - T\tau\right)\Bigg|_{T}^{t+T} = -\frac{AB}{T}\left(\frac{1}{2}(t+T)^2 - T(t+T)\right)$$

$$= -\frac{AB}{2T}t^2$$

3. Fall: $T < t \leq 2T$

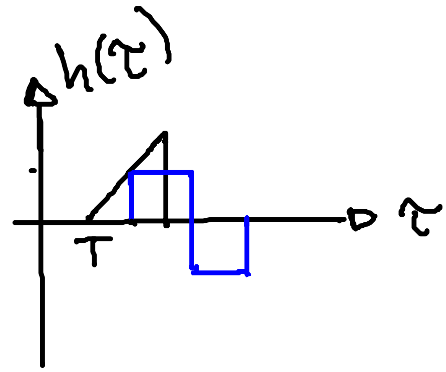


$$y(t) = \int_T^t \frac{AB}{T}(\tau - T)\,d\tau - \int_t^{2T} \frac{AB}{T}(\tau - T)\,d\tau$$

$$= \frac{AB}{T}\left[\left(\frac{\tau^2}{2} - T\tau\right)\Big|_T^t - \left(\frac{\tau^2}{2} - T\tau\right)\Big|_T^{2T}\right]$$

$$= \frac{AB}{T}\left[t^2 - 2tT + \frac{1}{2}T^2\right]$$

4. Fall $2T < t \leq 3T$



$$y(t) = \int_{t-T}^{2T} \frac{AB}{T}(\tau - T)\,d\tau$$

$$= \frac{AB}{T}\left(\frac{\tau^2}{2} - T\tau\right)\Big|_{t-T}^{2T}$$

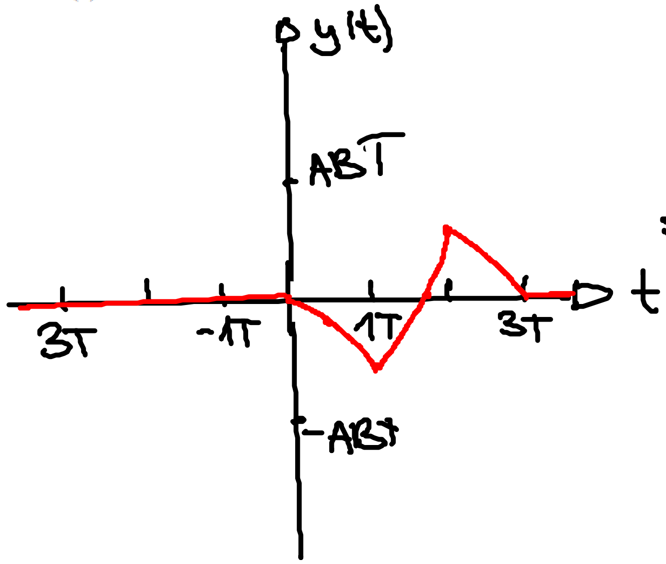
$$= \frac{AB}{T}\left(\frac{1}{2}(2T)^2 - 2T^2 - \left(\frac{1}{2}(t-T)^2 - T(t-T)\right)\right)$$

$$= \frac{AB}{T}\left(-\frac{1}{2}t^2 + 2Tt - \frac{3}{2}T^2\right)$$

5. Fall $3T < t$

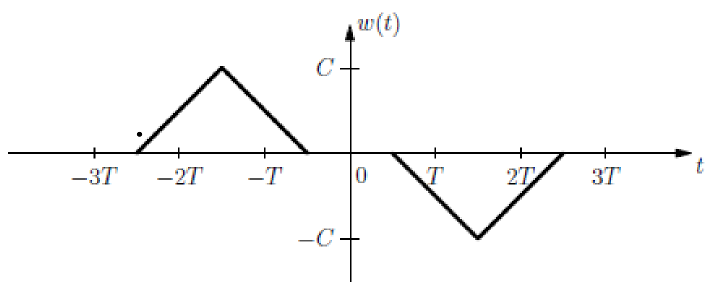
$$y(t) = 0$$

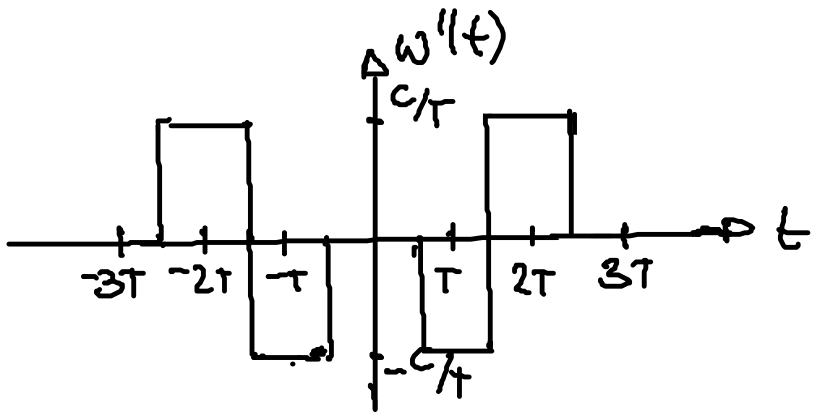
b) Skizzieren Sie $y(t)$ im Bereich $-3T \le t \le 3T$. 2 P

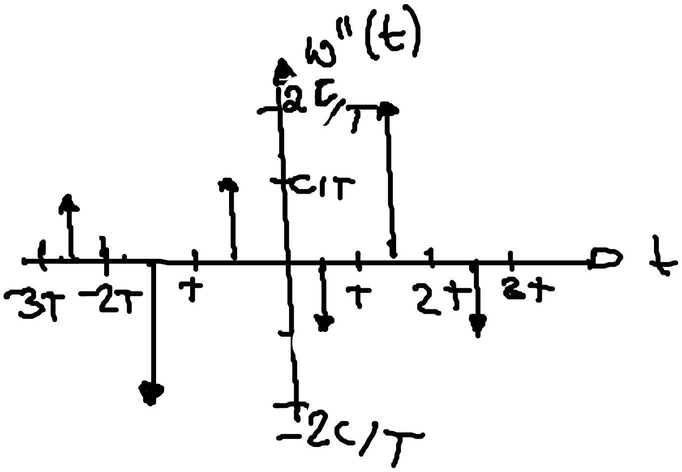


$$y(2T) =$$
$$= \frac{AB}{T}\left(-\frac{1}{2}(2T)^2 + 2T\cdot 2T - \frac{3}{2}T^2\right)$$
$$= \frac{AB}{T}\left(-2T^2 + 4T^2 - \frac{3}{2}T^2\right)$$
$$= 0{,}5\,\frac{AB}{T}\cdot T^2$$
$$= 0{,}5\,ABT$$

1.3 Berechnen Sie die Fouriertransformierte des folgenden Signals. Fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zu trigonometrischen Funktionen zusammen. 2 P







$$w''(t) = \frac{C}{T}\,\delta(t+2{,}5T) - \frac{2C}{T}\,\delta(t+1{,}5T) + \frac{C}{T}\,\delta(t+0{,}5T)$$
$$- \frac{C}{T}\,\delta(t-2{,}5T) + \frac{2C}{T}\,\delta(t-1{,}5T) - \frac{C}{T}\,\delta(t-0{,}5T)$$

$$\Updownarrow$$

$$(j\omega)^2 W(j\omega) = \frac{C}{T}\Big(e^{j\omega 2{,}5T} - 2e^{j\omega 1{,}5T} + e^{j\omega 0{,}5T}$$
$$- e^{-j\omega 2{,}5T} + 2e^{-j\omega 1{,}5T} - e^{-j\omega 0{,}5T} \Big)$$

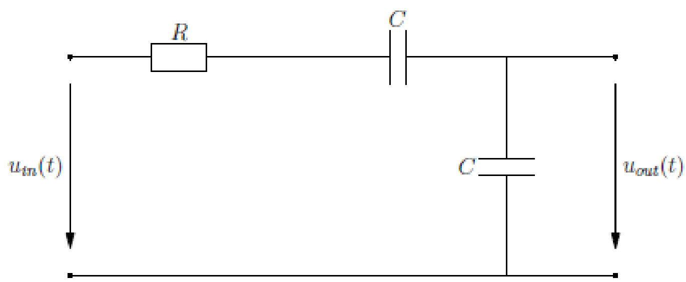
$$\sin(t) = \frac{1}{2j}\left(e^{jt} - e^{-jt}\right)$$

$$W(j\omega) = -\frac{jC}{T\omega^2}\Big(2\sin(\omega 2{,}5T)$$
$$- 4\sin(1{,}5\omega T) + 2\sin(0{,}5\omega T)\Big)$$

2 Zeitkontinuierliche Systeme und Abtastung 10 Punkte

2.1 Gegeben sei das folgende Netzwerk. 3 P

Hinweis: Beide Kondensatoren in dem Netzwerk sind identisch!



a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Systems $H(s)$ im Laplacebereich unter Verwendung komplexer Impeda··en. 1,5 P

$$H(s) = \frac{U_{OUT}(s)}{U_{IN}(s)} = \frac{1/(sC)}{R + 1/sC + \frac{1}{sC}} = \frac{1/sC}{R + 2/sC}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1/RC}{2/RC + s}}}$$

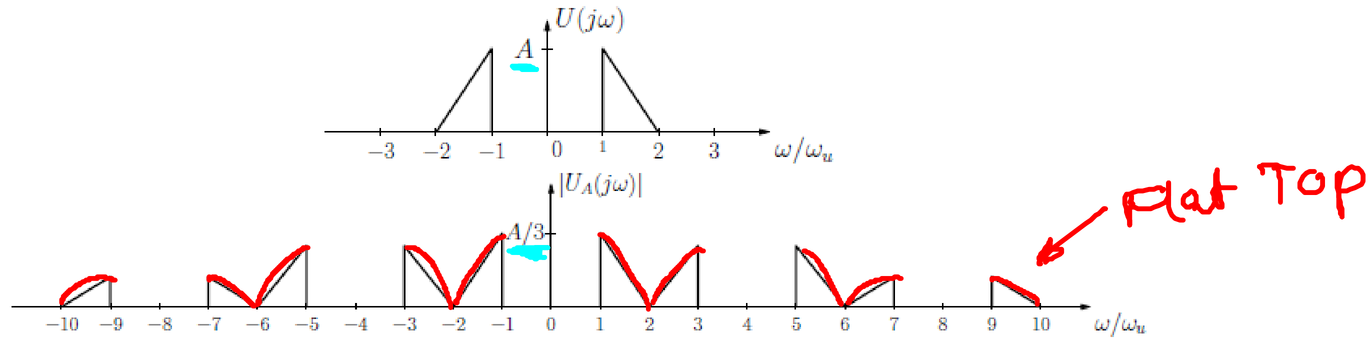
b) Geben Sie die Impulsantwort des Systems $h(t)$ im Zeitbereich an. 1,5 P

$$\frac{1}{s+a} \longleftrightarrow e^{-at} \cdot \sigma(t)$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{RC} \cdot e^{-\frac{2}{RC} \cdot t} \cdot \sigma(t)$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{RC} \cdot e^{-\frac{2}{RC} \cdot t} \quad \text{für } t > 0$$

2.2 Gegeben sei das folgende Spektrum $U(j\omega)$ eines zeitkontinuierlichen Signals $u(t)$ sowie das Betragsspektrum $|U_A(j\omega)|$ einer abgetasteten Version von u(t). 5 P



a) Welche Form der Abtastung wurde hier verwendet? Skizzieren Sie das Blockschaltbild für diese Form der Abtastung. 1,5 P

→ nicht ideale (Amplitude wird verändert)
→ keine si Fkt bei Amplitude ⇒ keine Signalverbreiterung im Zeitbereich (Flat-Top)

Shape Top wurde verwendet

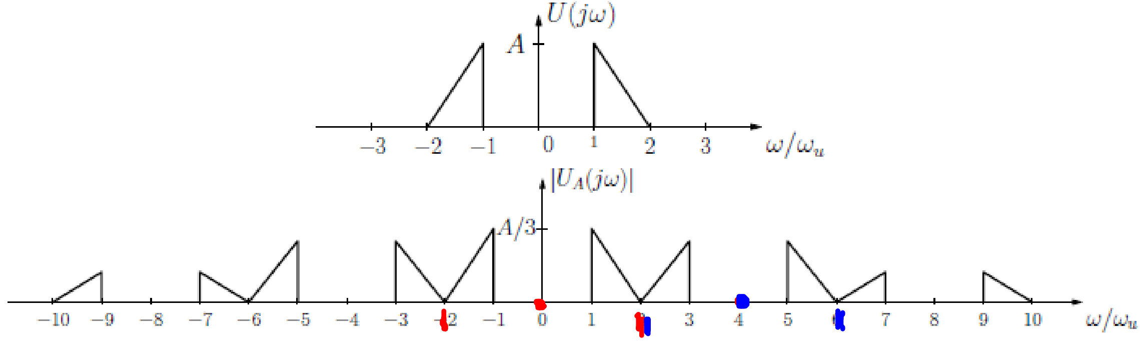
$u(t) \longrightarrow \otimes \longrightarrow u_a(t)$

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} M_{\alpha T}(t-kT)$$

b) Geben Sie die Werte für α und ω_T an. Ist das Nyquistkriterium hier erfüllt?

$U_a(j\omega) = \alpha U(j\omega)$ für Basisband $(k=0)$

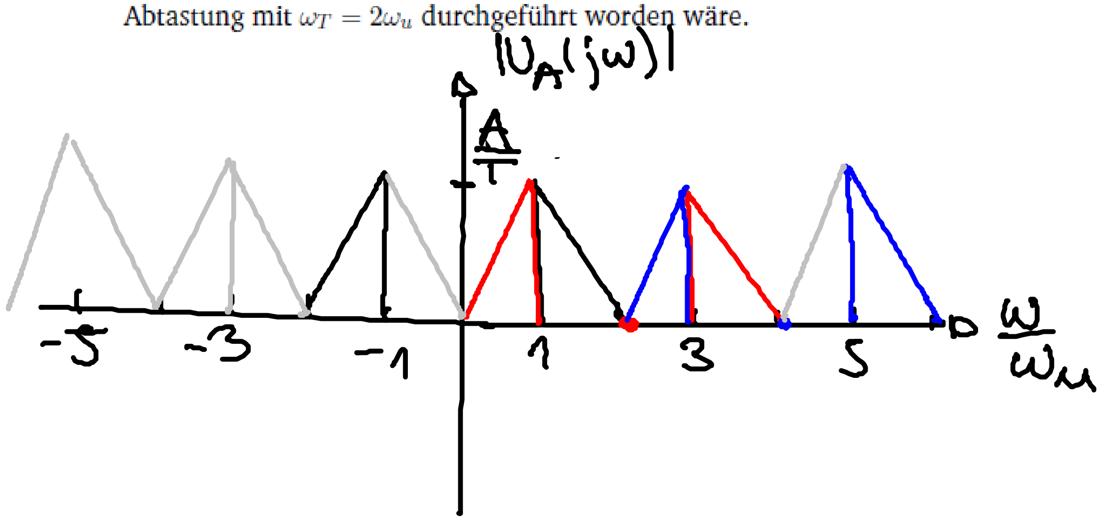
$\alpha = \frac{1}{3}$



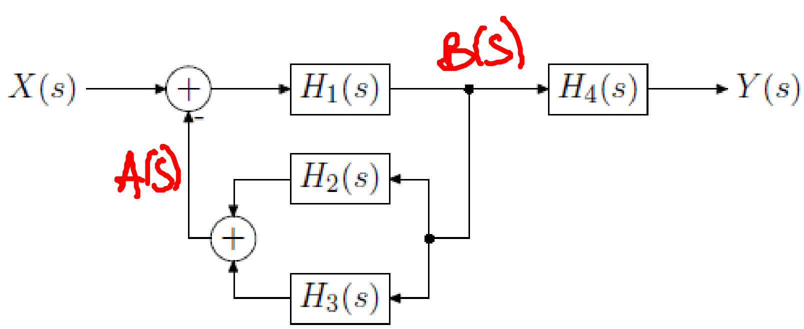
$\omega_T = 4\omega_u$

Nyquistkriterium erfüllt
keine Überlappung

c) Skizzieren Sie das Betragsspektrum des abgetasteten Signals, falls eine ideale Abtastung mit $\omega_T = 2\omega_u$ durchgeführt worden wäre. 1,5 P



2.3 Gegeben sei das folgende Blockschaltbild. Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion $H_{ges}(s)$ in Abhängigkeit von den Einzelübertragungsfunktionen $H_i(s)$, $i = 1, ..., 4$, an. Fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zusammen. 2 P



$$Y(s) = H_4(s) \cdot B(s)$$

$$A(s) = H_2(s) \cdot B(s) + H_3(s) \cdot B(s) \quad (\mathrm{I})$$

$$B(s) = (X(s) - A(s)) \cdot H_1(s) \quad (\mathrm{II})$$

$$(\mathrm{I}) \rightarrow (\mathrm{II})$$

$$B(s) = H_1(s)\, X(s) - H_1(s)\, H_2(s)\, B(s) - H_1(s)\, H_3(s)\, B(s)$$

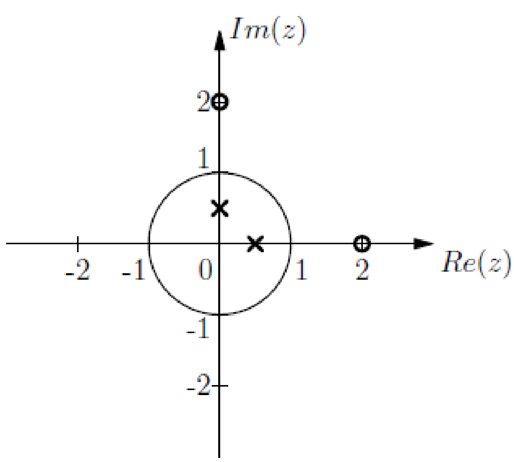
$$B(s) = \frac{H_1(s)\, X(s)}{1 + H_1(s)\, H_2(s) + H_1(s)\, H_3(s)}$$

$$Y(s) = \frac{H_1(s)\, H_4(s) \cdot X(s)}{1 + H_1(s)\, H_2(s) + H_1(s) \cdot H_3(s)}$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{H_1(s)\, H_4(s)}{1 + H_1(s)\, H_2(s) + H_1(s) \cdot H_3(s)}$$

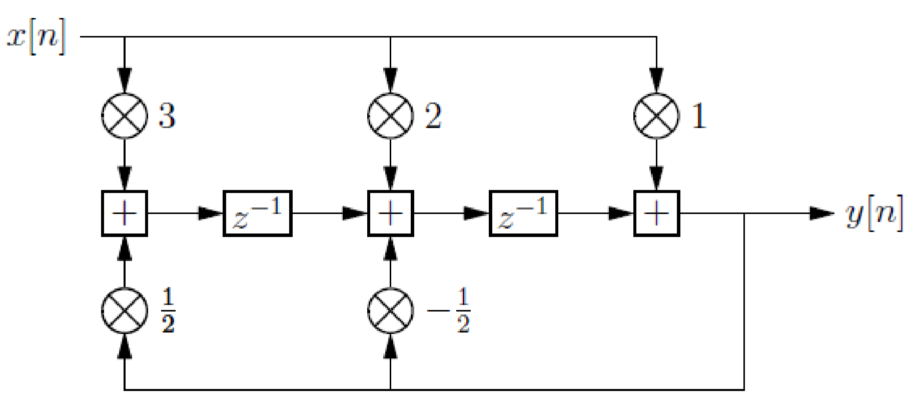
3 Zeitdiskrete Signale und Systeme — 9 Punkte

3.1 Gegeben sei das folgende PN-Diagramm eines zeitdiskreten Systems. Kreuzen Sie rechts die entsprechenden Eigenschaften des Systems an. — 3 P



ja	nein	
☐	☒	reellwertig
☒	☐	(bedingt) stabil
☒	☐	kausal
☐	☒	linearphasig
☒	☐	Allpass
☐	☒	minimalphasig

3.2 Gegeben sei das folgende zeitdiskrete Filter. 6 P



a) Geben Sie die Differenzengleichung des Filters an. 0,5 P

$$y(n) = x(n) + 2\,x(n-1) + 3\,x(n-2)$$
$$-\tfrac{1}{2}\,y(n-1) + \tfrac{1}{2}\,y(n-2)$$

b) Geben Sie die ersten vier Elemente der Impulsantwort des Filters an. 2 P

$$n = \{1;\ \underbrace{2 + 1\left(-\tfrac{1}{2}\right)}_{\frac{3}{2}};\ \underbrace{3 + \left(-\tfrac{1}{2}\right)\cdot\tfrac{3}{2} + 1\cdot\tfrac{1}{2}}_{\frac{11}{4}};\ \underbrace{\left(-\tfrac{1}{2}\right)\tfrac{11}{4} + \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{3}{2}}_{\frac{-5}{8}}$$
$$;\ \dots\}$$

c) Geben Sie die Systemfunktion des Filters an. 1 P

$\Updownarrow$ z-Trafo

$$Y(z) = X(z) + 2\,z^{-1}X(z) + 3\,z^{-2}X(z)$$
$$-\tfrac{1}{2}\,z^{-1}Y(z) + \tfrac{1}{2}z^{-2}\,Y(z)$$

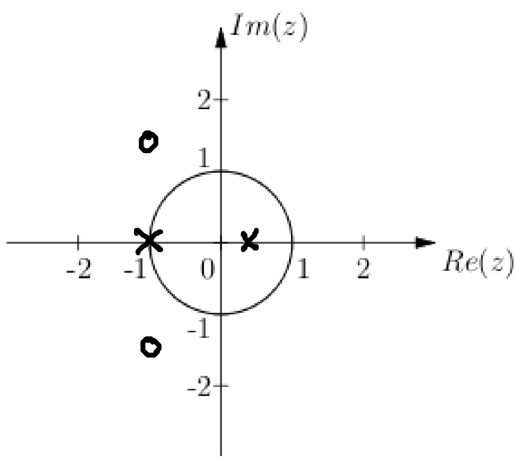
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{z^2 + 2z + 3}{z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}}$$

d) Bestimmen Sie die Lage der Pol- und Nullstellen und skizzieren Sie das PN-Diagramm. 1 P

Nst $z_{01|2} = -1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} - 3} = -1 \pm \underbrace{j\sqrt{2}}_{\approx 1,41}$

Pst $z_{x1|2} = -\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{8}{16}}$

$z_{x1} = \frac{1}{2} \qquad z_{x2} = -1$



3.3 Gegeben sei das Signal $u = \{1, 0, 2\}$. Berechnen Sie die Koeffizienten der dazugehörigen diskreten Fouriertransformation $U_{\mathrm{DFT}}(n)$. 1,5 P

$$U_{DFT}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} u(k) \cdot e^{-jkn\Delta\Omega}$$

$$\Delta\Omega = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{3} \qquad N = 3$$

$$U_{DFT}(n) = \sum_{k=0}^{2} u(k)\, e^{-jkn\frac{2\pi}{3}}$$

$$U_{DFT}(n) = 1\, e^{0} + 0 \cdot e^{-jn\frac{2\pi}{3}} + 2\, e^{-jn\frac{4\pi}{3}}$$

$$U_{DFT}(0) = 1 + 2\, e^{-j\cdot 0\,\frac{4\pi}{3}} = 3$$

$$U_{DFT}(1) = 1 + 0 + 2\, e^{-j\cdot\frac{4\pi}{3}} = 1 + 2\cdot\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j\right)$$

$= \sqrt{3}\,j$

$U_{DFT}(2) = -\sqrt{3}\,j$, da $U_{DFT}(n) = U^{*}_{DFT}(N-n)$

$\leq$

0	5
12,5	4,0
16	3,7
19	3,3
20,5	3,0
22	2,7
24	2,3
25,5	2,0
27	1,7
28,5	1,3
30	1

MA001

EK 270

EB 301