

STATISTIK

I

ÖKONOMEN
&
WIRTSCHAFTSINGENIEURE

SS 2012

Aufgabe 1

A

Statistix fragt sich, ob er wohl ein Pechvogel ist, da er sich oft nicht wettergerecht angezogen fühlt. Er meint, dass er passend gekleidet ist, wenn er bei Schnee einen dicken Mantel, bei Regen eine leichte (Kapuzen-) Jacke und bei Sonne weder Mantel noch Jacke trägt.

Um der Frage auf den Grund zu gehen, notierte sich Statistix an ausgewählten Tagen in den letzten Monaten jeden Abend, was er am Tage trug und wie das Wetter war.

- an 10 Tagen hatte Statistix Schneeflocken auf seinem Mantel
- wenn zwischen der Kleiderwahl und dem Wetter kein statistischer Zusammenhang bestünde, wäre Statistix an 4 Schnee- bzw. an 12 Sonnentagen richtig angezogen gewesen
- an 10 Tagen hatte Statistix Regentropfen auf seinem Mantel, an 30 Tagen war seine Jacke vom Regen durchnässt und an 10 Tagen war er dem Regen vollkommen schutzlos ausgeliefert
- während des Untersuchungszeitraums schien an 30 Tagen die Sonne
- an 20 Tagen schnellte es
- 25 % von den Tagen, an denen er weder Jacke noch Mantel anhatte, waren Schneetage

- 1) Wie viele Tage umfasst der Untersuchungszeitraum ?
- 2) Wie oft war Statistix „ zu dünn “ angezogen ?
- 3) An wie viel Prozent der Regentage trug Statistix einen Mantel oder eine Jacke ?
- 4)
 - a) Wie oft würde man einen „ richtig angezogenen Statistix “ erwarten, wenn zwischen der Kleiderwahl und dem Wetter kein statistischer Zusammenhang bestünde ?
 - b) Ist Statistix wirklich ein Pechvogel ?
Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie die Realität mit der unter 4 a) gegebenen Antwort vergleichen !

B

„ Wie wirkt sich die Anzahl der Geschwister eines Sohnes auf die Größe seines Freundeskreises aus ? “

Zur Untersuchung dieser Frage wurden die Söhne in Kategorien eingeteilt, und zwar derart, dass Söhne mit jeweils gleicher Geschwisterzahl in einer Kategorie zusammengefasst wurden. Aus diesen Kategorien wurden insgesamt 5 Söhne ausgewählt und nach der Anzahl ihrer Freunde befragt :

Sohn Nr. i	1	2	3	4	5
Anzahl der Freunde	6	3	7	4	5
Anzahl der Geschwister	2	0	1	4	3

- 1) Berechnen Sie die Koeffizienten einer linearen Regressionsfunktion mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate !
- 2) Bestimmen Sie den Wert der Bestimmtheitsmaßes R^2 !
- 3) Interpretieren Sie den erhaltenen Wert !

C

Ein Vergleich der Konzentration zweier Märkte A und B [mit $n_A < n_B$] nach dem Herfindalindex brachte folgendes Ergebnis :

$$H_A < H_B$$

Entscheiden Sie in jedem einzelnen der drei Fälle **I** , **II** und **III** , welche der Aussagen ① , ② oder ③ zutrifft !

- I.** $H'_A > H'_B$
- II.** $H'_A < H'_B$
- III.** $H'_A = H'_B$

- ① „ Es liegt ausschließlich am Anzahleffekt “
- ② „ Es liegt ausschließlich am Merkmalseffekt “
- ③ „ Kann nicht vorkommen “

Aufgabe 2

A Die Autovermietung TERZ vermietet Autos immer nur für einen Tag und verfügt über einen sehr großen Bestand an PKWs (\equiv Personenkraftwagen) sowie über einen Bestand von 12 Kleinbussen.

Die PKWs sind nur in drei Farben verfügbar : rot, blau und schwarz.

Unabhängig von Kunde zu Kunde wird von einem Kunden, der einen PKW anmieten möchte, mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % ein roter, mit 30 %-iger Wahrscheinlichkeit ein blauer und mit 20%-iger Wahrscheinlichkeit ein schwarzer PKW verlangt.

Angenommen, an einem bestimmten Tag wollen 20 Personen bei TERZ einen PKW mieten.

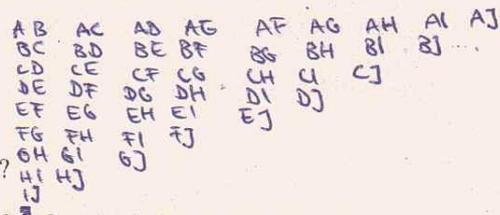
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- 1) genau 5 rote PKW
- 2) mehr als 3 blaue PKW
- 3) höchstens 4 schwarze PKW
- 4) insgesamt 11 rote bzw. schwarze PKW
- 5) insgesamt 15 blaue bzw. rote PKW vermietet werden ?
- 6) der dritte erscheinende Kunde der zweite Kunde an diesem Tag ist, der einen roten PKW mieten möchte ?
- 7) der erste erscheinende Kunde einen blauen PKW mieten möchte ?
- 8) von den ersten acht erscheinenden Kunden 3 rote und 2 blaue PKW verlangt werden ?

Von den 12 Kleinbussen hat der Firmenchef über Nacht 7 Kleinbusse mit einem Telefon ausrüsten lassen, aber leider vergessen, seine Angestellten davon zu unterrichten.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass am nächsten Tag

- 9) von den ersten 5 Kunden, die einen Kleinbus mieten wollen, genau 2 Kunden in den Genuss kommen, einen Kleinbus mit Telefon zu mieten ?
- 10) von den ersten 10 Kunden, die einen Kleinbus mieten wollen, mindestens 7 Kunden in den Genuss kommen, einen Kleinbus mit Telefon zu mieten ?



B In einer Gesellschaft befinden sich 10 Personen.

- 1) Wie oft klirren beim Anstoßen die Gläser, wenn jeder mit jedem anstößt ?

Im Zuge eines Postjubiläums sollen die Postkunden durch interessante Briefmarken beeindruckt werden. Man hat 7 verschiedene Farben zur Verfügung. Die Post will eine Briefmarkenserie mit 4 verschiedenen Postwerten (40 Cent , 50 Cent , 60 Cent und 70 Cent) herausgeben.

- 2) Wie viele Möglichkeiten der farblichen Zusammenstellung gibt es, wenn jeder Postwert in einer anderen Farbe gehalten werden soll ?

Eine Fußballmannschaft hat in einem Turnier 5 mal gewonnen, 2 mal verloren und einmal unentschieden gespielt.

- 3) Auf wie viele Arten kann dieses Ergebnis zustande gekommen sein ?

Aufgabe 3

A

Eine Urne enthält fünf gleichartige Kugeln, die von 1 bis 5 durchnummeriert sind. Man zieht nacheinander (ohne Zurücklegen) zwei Kugeln aus dieser Urne. Der Einsatz für einen solchen Spieldurchgang beträgt 4 €.

Für die Auszahlungen gilt :

1. Zug

Kugel - Nr.	1	2	3, 4 oder 5
Auszahlung in €	10	2	0

2. Zug

Kugel - Nr.	1	2	3, 4 oder 5
Auszahlung in €	2	5	0

Sei $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$

X : „ Auszahlung beim 1. Zug [in €] “

Y : „ Auszahlung beim 2. Zug [in €] “

- Bestimmen Sie tabellarisch die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X und Y !
- Bestimmen Sie tabellarisch die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen Z : „ Auszahlung pro Spieldurchgang [in €] “
- Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen G : „ Gewinn pro Spieldurchgang [in €] “
- Handelt es sich hierbei um ein „ faires “ Spiel ? Begründen Sie kurz Ihre Antwort !
- Bestimmen Sie den Wert der Kovarianz von X und Y !

B

Eine Kleingartenkolonie veranstaltet zum diesjährigen Sommerfest eine Tombola, an der jeder Kleingärtner mit genau einem Los teilnimmt. Als Hauptgewinn winkt ein elektrischer Rasenmäher. Benzinmäher sind in dieser Kolonie wegen der Lärmbelästigung grundsätzlich verboten, Handmäher sind natürlich erlaubt. Jeder Rasenbesitzer hat genau einen Rasenmäher.

- genau 30 % aller Kleingärten haben einen Stromanschluss
- genau 50 % der Eigentümer von Kleingärten mit Stromanschluss besitzen einen elektrischen Rasenmäher
- das Vorhandensein eines Rasens kann als unabhängig davon angesehen werden, ob ein Stromanschluss im Garten vorhanden ist
- genau 20 % aller Kleingärtner haben keinen Rasen
- besitzt ein Kleingärtner aber einen Rasen, so hat er auch genau einen Rasenmäher, mit dem der Rasen regelmäßig gemäht wird
- wenn der Garten allerdings keinen Stromanschluss hat, so hat der Eigentümer auch keinen elektrischen Rasenmäher
- wer überhaupt keinen Rasen hat, besitzt natürlich auch keinen Rasenmäher

Benutzen Sie für Ihre Lösung folgende Ereignisdefinitionen :

S : „ Gewinner hat einen Stromanschluss “

R : „ Gewinner hat einen Rasen “

E : „ Gewinner hat einen Elektromäher “

H : „ Gewinner hat einen Handmäher “

Achtung : Die Lösungswege in Ereignisschreibweise müssen klar ersichtlich sein !

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinner der Tombola

- in seinem Garten keinen Stromanschluss hat ?
- bereits einen elektrischen Rasenmäher besitzt ?
- in seinem Garten zwar einen Stromanschluss hat, jedoch keinen Rasen besitzt ?
- einen Handmäher besitzt ?
- keinen elektrischen Rasenmäher besitzt, wenn man weiß, dass er einen Rasen hat ?

Aufgabe MC**Block A**

- 1) Eine Zufallsvariable, die den Wertebereich $\{0, 1\}$ besitzt, ist Bernoulli – verteilt.
- 2) Kennt man bei einer Binomialverteilung nur den Erwartungswert und die Varianz, dann kann man die vollständige Wahrscheinlichkeitsfunktion bestimmen.
- 3) Wenn man bei einer Untersuchung von 5 Personen hinsichtlich der Körpergröße und des Körpergewichts feststellt, dass alle 5 Personen die gleiche Größe und das gleiche Gewicht haben, so ergibt sich aus diesen Daten, dass der Korrelationskoeffizient r nach Bravais–Pearson ein unbestimmter Ausdruck ist.
- 4) Der Auswahlatz ist das Verhältnis des Grundgesamtheitsumfangs zum Umfang der Beobachtungsgesamtheit.

Block B

- 1) Es gilt : $-\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + s^2 = -\bar{x}^2$.
- 2) Ist der Wertebereich einer Zufallsvariablen abzählbar unendlich groß, so handelt es sich um eine stetige Zufallsvariable.
- 3) Die Häufigkeitsverteilungen zweier kardinal skalierten Merkmale können auch dann unterschiedlich sein, falls die beiden Merkmale dasselbe arithmetische Mittel, dieselbe Varianz und denselben Momentenkoeffizienten der Schiefe aufweisen.
- 4) Bei einer symmetrischen Häufigkeitsverteilung stimmen Median, Modus und arithmetisches Mittel überein.

Block C

- 1) Verwendet man den „Klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace“, so kann die Ergebnismenge des zugrundeliegenden Zufallsexperiments endlich oder abzählbar unendlich groß sein.
- 2) Die Maßzahl der statischen Korrelationsanalyse gibt an, wie sich die gesamte Merkmalssumme („Marktvolumen“) auf die einzelnen statistischen Einheiten („Anbieter am Markt“) aufteilt.
- 3) Weist die empirische Verteilungsfunktion eines diskreten Merkmals nur einen Sprung auf, dann ist auch nur eine Ausprägung des Merkmals realisiert.
- 4) Die Zufallsvariable X : „Anzahl der gezogenen roten Kugeln“ beim Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit roten, blauen und gelben Kugeln ist binomialverteilt.

Block D

- 1) Auf dem Zeitungsmarkt herrsche eine Umsatzkonzentration mit einem Ginikoeffizienten gleich Null. Angenommen, es kommt ein neuer Anbieter dazu, dessen Umsatz derselbe ist wie der jeden anderen Anbieters. Dann ändert sich der Ginikoeffizient nicht, während der Wert des Herfindahlindex kleiner wird.
- 2) Das sichere Ereignis besitzt die Wahrscheinlichkeit Eins. Ein Ereignis, das die Wahrscheinlichkeit Null besitzt, ist demnach ein unmögliches Ereignis.
- 3) Die kumulierte Häufigkeitsverteilung aus gruppierten Daten einer statistischen Größe ist eine konvexe Funktion.
- 4) Die Zufallsvariable X : „Anzahl der geworfenen Wappen“ beim gleichzeitigen Werfen dreier identisch verteilten Münzen ist binomialverteilt.

Block E

- 1) Die Zufallsvariable X : „Anteil der gezogenen roten Kugeln“ beim Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit roten und nicht-roten Kugeln ist binomialverteilt.
- 2) Die Wahrscheinlichkeit beim zweimaligen Werfen eines nicht-idealen Würfels höchstens eine „17“ zu würfeln, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal keine „17“ zu würfeln.
- 3) Eine Bernoulli - verteilte Zufallsvariable besitzt den Wertebereich $\{ 1, 0 \}$.
- 4) Das arithmetische Mittel verändert seinen Wert, falls man die Ausgangsdaten linear transformiert.