

Semester: WS 2006/07

Tag der Prüfung: 23.11.2006

1. Teilprüfung
im Fach

TET I

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

↑ bitte in Druckbuchstaben ausfüllen ↑

Bitte beachten Sie auch die Hinweise auf der Rückseite!

Aufgabe	A1 (3)	A2 (2)	A3 (3)	A4 (3)	A5 (2)	A6 (2)
Punkte						
Aufgabe	B1 (6)	B2 (6)	B3 (6)		ΣP	Note
Punkte						

HINWEISE

(bitte vor Beginn sorgfältig lesen!)

- a) Prüfen Sie, ob Ihr Klausurexemplar vollständig ist. Es muß aus insgesamt 6 Blättern bestehen (1 Deckblatt, 2 Blätter mit den Aufgaben A1 bis A6, jeweils 1 Blatt für die Aufgaben B1 bis B3). **Falls Sie ein unvollständiges Klausurexemplar erhalten haben, lassen Sie sich bitte ein einwandfreies Exemplar aushändigen.**
- b) Tragen Sie auf dem Deckblatt Ihren Vornamen, Namen und die Matrikelnummer ein.
- c) Sie haben 90 Minuten Zeit für die Bearbeitung der Aufgaben. Es sind maximal 33 Punkte erreichbar.
- d) Verwenden Sie zur Lösung der Aufgaben nur den unter den Fragen freigelassenen Raum (bei den Fragen B1 bis B3 auch die Rückseite). **Es werden beim Einsammeln keine Extrablätter angenommen!**
- e) Achten Sie darauf, daß der Lösungsweg für den Korrektor nachvollziehbar ist.
- f) Es sind **keinerlei Hilfsmittel** außer einem Schreibstift gestattet. Verwenden Sie aber bitte **keinen Bleistift.**
- g) Die Teilnahme an dieser Klausur setzt eine vorherige **Anmeldung** voraus. Sollte diese nicht vorliegen, so kann die Klausur nicht benotet werden.

Bitte bestätigen Sie durch Ihre Unterschrift, daß Sie die Hinweise gelesen und verstanden haben.

Datum:

Unterschrift:

Aufgabe A1

Gib die vier MAXWELLSchen Gleichungen im Vakuum für ruhende Systeme in integraler Form an und überführe sie dann mit Hilfe der Sätze von GAUSS und STOKES in ihre differentielle Form.

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_F \mathbf{J} \cdot d\mathbf{F} + \mu_0 \frac{d}{dt} \int_F \varepsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{F} \quad \rightarrow \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \mathbf{E})$$

$$\oint_S \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_F \mathbf{B} \cdot d\mathbf{F} \quad \rightarrow \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

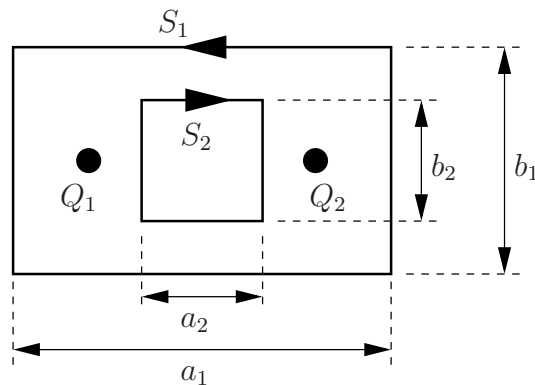
$$\oint_O \varepsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{O} = \int_V q_V dV \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot (\varepsilon_0 \mathbf{E}) = q_V$$

$$\oint_O \mathbf{B} \cdot d\mathbf{O} = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Die ersten beiden Gleichungen wurden mit dem Satz von STOKES und die letzten beiden mit dem Satz von GAUSS umgeformt.

Aufgabe A2

Gegeben seien zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 sowie die beiden geschlossenen, rechteckförmigen Wege S_1 und S_2 in derselben Ebene, in der die Punktladungen liegen.



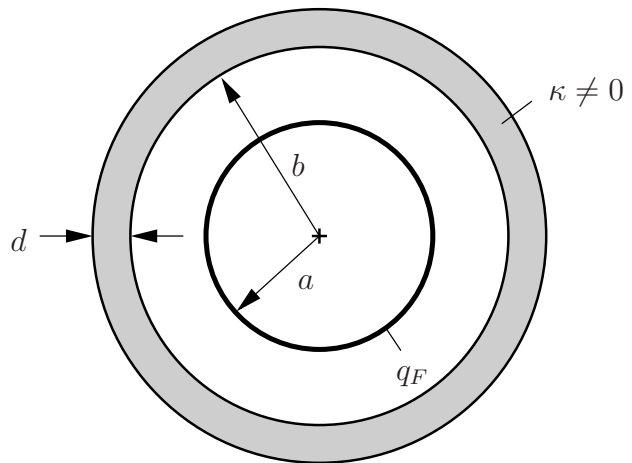
Welchen Wert nehmen dann die geschlossenen Wegintegrale $\oint_{S_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ bzw. $\oint_{S_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ an, wenn \mathbf{E} die elektrische Feldstärke der beiden Punktladungen im Raum ist?

$$\oint_{S_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{S_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad ,$$

da das elektrostatische Feld konservativ ist.

Aufgabe A3

Innerhalb eines leitenden, ungeladenen, unendlich langen Kreiszyinders mit dem Radius b und der Wandstärke d befinde sich eine kreiszylindrische Flächenladung q_F mit Radius a .



Wie groß ist die elektrische Feldstärke auf der Innen- bzw. Außenseite des leitenden Kreiszyinders?

$$\mathbf{E}(\varrho = b) = \frac{q_F 2\pi a}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{b} \mathbf{e}_\varrho \quad , \quad \mathbf{E}(\varrho = b + d) = \frac{q_F 2\pi a}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{b + d} \mathbf{e}_\varrho$$

Aufgabe A4

Zeige mit Hilfe des 1. GREENSchen Satzes, daß für eine skalare Ortsfunktion ϕ innerhalb eines Volumens $\phi = 0$ gilt, wenn ϕ auf dem Rand des Volumens verschwindet und innerhalb des Volumens die LAPLACEgleichung erfüllt.

Im 1. GREENSchen Satz

$$\int_V [\phi \nabla^2 \psi + \nabla \phi \cdot \nabla \psi] dV = \oint_O \phi \nabla \psi \cdot d\mathbf{O}$$

setzt man zunächst $\phi = \psi$. Wegen $\nabla^2 \phi = 0$ in V und $\phi = 0$ auf dem Rand und weil V beliebig ist, folgt daraus

$$\nabla \phi = 0 \quad \rightarrow \quad \phi = \text{const.} = 0 \quad \text{q.e.d. .}$$

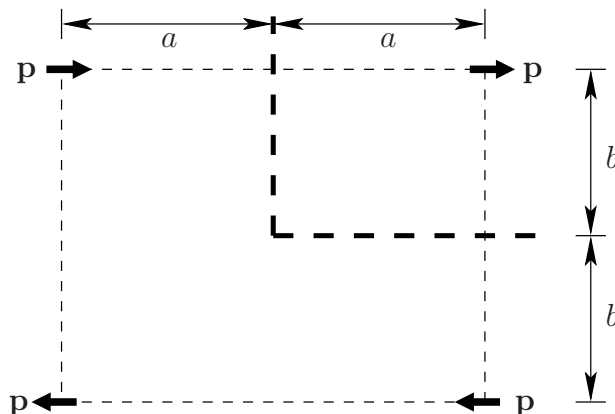
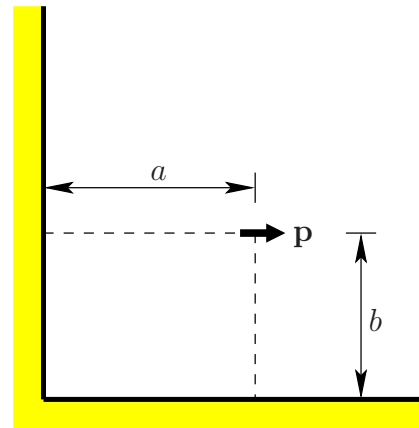
Aufgabe A5

Vor einer unendlich langen Linienladung q_L befindet sich im Abstand a eine Punktladung Q . Welche Kraft wirkt auf die Punktladung?

$$F = \frac{Qq_L}{2\pi\epsilon_0 a}$$

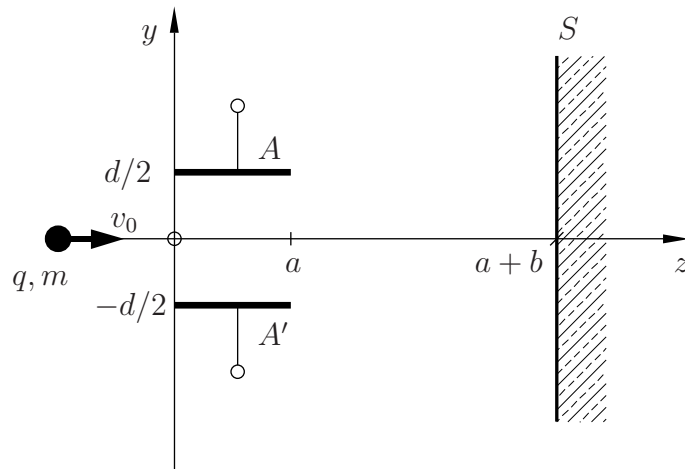
Aufgabe A6

Ein elektrostatischer Dipol befindet sich gemäß Bild vor einem leitenden geerdeten Winkel mit unendlich ausgedehnten Schenkeln. Gib eine Ersatzanordnung an, in welcher der leitende Winkel durch Dipole ersetzt wird.



Aufgabe B1

Ein Elektron mit der Ladung q und der Masse m tritt an der Stelle $y = 0, z = 0$ mit der Geschwindigkeit v_0 in das homogene Feld zweier Ablenkelektroden A und A' mit den Potentialen ϕ_A und $\phi_{A'}$ ein.



Berechne den Auftreffpunkt y_0 des Elektrons auf dem Schirm S , der sich an der Stelle $z = a + b$ befindet.

Elektrisches Feld zwischen den Elektroden:

$$E_0 = \frac{U_0}{d} = \frac{\phi_A - \phi_{A'}}{d}$$

Kraft auf das Elektron:

$$F_y = q E_0 = m a_y$$

Bewegungsgleichungen:

$$a_y = \frac{q E_0}{m} \quad , \quad v_y = a_y t \quad , \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2$$

Ablenkung des Elektrons entlang des Weges der Länge a zwischen den Elektroden:

$$t_a = \frac{a}{v_0} \quad \rightarrow \quad y_a = y|_{z=a} = \frac{1}{2} a_y t_a^2 = \frac{1}{2} a_y \frac{a^2}{v_0^2}$$

Ablenkung des Elektrons entlang des Weges der Länge b im freien Raum:

$$t_b = \frac{b}{v_0} \quad \rightarrow \quad y_b = v_y|_{z=a} t_b = a_y \frac{a}{v_0} \frac{b}{v_0}$$

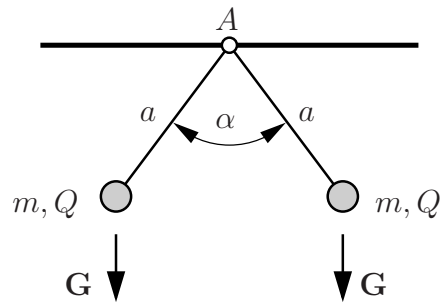
Auftreffpunkt des Elektrons auf dem Schirm:

$$y_0 = y_a + y_b = \frac{1}{2} a_y \frac{a^2}{v_0^2} + a_y \frac{a}{v_0} \frac{b}{v_0} = a_y \frac{a}{v_0^2} \left\{ \frac{a}{2} + b \right\}$$

$$y_0 = \frac{q (\phi_A - \phi_{A'})}{m d} \frac{a}{v_0^2} \left\{ \frac{a}{2} + b \right\}$$

Aufgabe B2

Zwei sehr kleine, leitende Kugeln (Radius $\ll a$) mit der Masse m sind gemäß Abbildung mit einer masselosen, starren Verbindung der Länge a drehbar um den Punkt A gelagert.



- a) Wie groß ist die Ladung Q der Kugeln, wenn sich bei gegebener Gewichtskraft \mathbf{G} eine Gleichgewichtslage mit dem Winkel $\alpha = \pi/2$ einstellt?
- b) Beschreibe (ohne zu rechnen) die prinzipielle Vorgehensweise, wenn eine der beiden Kugeln nicht mehr als klein angesehen werden kann.

- a) Da die Kugeln klein sein sollen, können sie durch Punktladungen ersetzt werden, deren Abstand im Gleichgewicht $b = a\sqrt{2}$ beträgt.

Im Gleichgewicht gilt

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{F}_C + \mathbf{G}) = 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{F}_C = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{b}}{b^3}$$

und wegen

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{G}| = aG \sin(\pi/4) \quad \text{und} \quad |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = ab \sin(\pi/4)$$

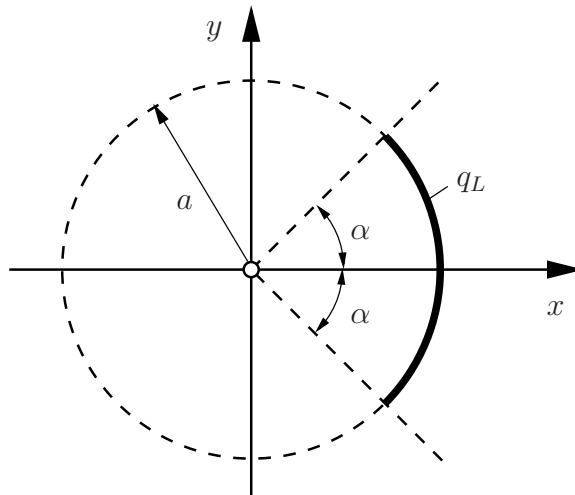
folgt

$$-\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b^2} + G = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{Q = \pm 2a\sqrt{2\pi\epsilon_0 G}}$$

- b) Wenn der Radius einer der beiden Kugeln nicht mehr klein ist, kann dies mit dem Spiegelungsverfahren berücksichtigt werden. Die große Kugel ist dann durch eine Spiegelladung und eine Mittelpunktladung zu ersetzen, deren Summe die Kugelladung Q ergibt.

Aufgabe B3

Auf einem Kreissegment mit dem Radius a und dem Öffnungswinkel $2\alpha = \pi/2$ befinde sich gemäß Bild in der Ebene $z = 0$ eine homogene Linienladung mit der Dichte q_L .



- a) Wie groß ist die Gesamtladung der Linienladung?
b) Berechne die elektrische Feldstärke \mathbf{E} im Koordinatenursprung $x = y = z = 0$.

- a) Gesamtladung:

$$Q = q_L a \frac{\pi}{2}$$

- b) Aus Symmetriegründen weist die Feldstärke im Ursprung nur eine x -Komponente auf.

$$dE_x = \frac{q_L a \, d\varphi}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{e}_x \cdot (-a \mathbf{e}_\varrho)}{a^3} = -\frac{q_L}{4\pi\epsilon_0 a} \cos \varphi \, d\varphi$$

$$\mathbf{E}(0, 0, 0) = -\mathbf{e}_x \frac{q_L}{4\pi\epsilon_0 a} 2 \int_0^{\pi/4} \cos \varphi \, d\varphi \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{E}(0, 0, 0) = -\mathbf{e}_x \frac{q_L}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}}$$