Elektromagnetische Felder (TET 1) Gedächtnisprotokoll

8. August 2017

Dies ist ein Gedächtnisprotokoll. Leider konnte ich mich nicht an alle Details jeder Aufgabe erinnern. Für korrigierte Exemplare dieses PDFs ist die Freitagsrunde bestimmt dankbar.

1. Allgemeines Verständnis

a)

Wie lauten die Maxwell'schen Gleichungen in integraler Form? Geben Sie für alle Feldgrößen in diesen Gleichungen die Einheit an.

b)

Welche Kraft wirkt auf eine, mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegte Punktladung Q im elektromagnetischen Feld?
Eine Punktladung befindet sich vor einem geerdeten, leitenden Winkel (s. Abb. 1) welcher in x- und y-Richtung unendlich ausgedehnt sei. Skizzieren Sie eine Ersatzanordnung in welcher der Winkel durch Ladungen ersetzt wurde und geben Sie die Kraft auf die Punktladung an.

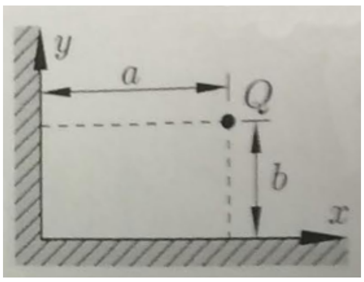

Abbildung 1: geerderter Winkel mit Punktladung

c)

Was sind lineare, isotrope und homogene Materialien in Bezug auf das elektromagnetische Feld? Geben Sie die Materialbeziehung für den linearen Fall an. Nennen Sie ein nichtlineares Material mit starken magnetischen Eigenschaften und skizzieren Sie dessen Kennlinie. Wie ist der Zusammenhang der Feldgrößen in diesem Fall?

d)

Wie lässt sich aus dem Vektorpotential $\overrightarrow{A}$ das magnetische Feld berechnen? Warum wird das magnetische Vektorpotential verwendet? Leiten Sie die Poisson-Gleichung aus den Grundgleichungen der Magnetostatik her. Welche Voraussetzungen müssen dafür gelten? Welche Einheit hat das Vektorpotential?

e)

Geben Sie die Stetigkeitsbedingungen für Tangential- und Normalkomponente des $\overrightarrow{H}$-Feldes an. Leiten Sie die Stetigkeitsbedingung für die Normalkomponente aus den Maxwell'schen Gleichungen her (inkl. Skizze).

f)

Wie lautet die elektromagnetische Diffusions- und Wellengleichung für eine Funktion $f(z,t)$ im eindimensionalen Fall? Wie lautet die allgemeine Lösung $f(z,t)$ der Wellengleichung? Sei $F(z,s)$ die Laplace-Transformation der Funktion $f(z,t)$ mit einer Anfangsbedingung $f(z,0) = 0$. Geben Sie die allgemeine Lösung $F(z,s)$ für die Diffusionsgleichung an.

g)

Für ein Vakuum mit dem magnetischen Feld

$$\overrightarrow{H}(z,t) = \overrightarrow{e_y} H_0 cos(\omega(t + z/c_0)) \tag{1}$$

sei eine ebene Welle gegeben.
Berechnen Sie das elektrische Feld, die Energieflussdichte für $t = 0, z = 0$ und den zeitlichen Mittelwert der Energieflussdichte. Definieren Sie die Wellenzahl, die Wellenlänge und den Wellenwiderstand der betrachteten Welle.

2. Randwertprobleme (s. 2014 Aufgabe 3)

a)

Nennen Sie die Maxwell'schen Gleichungen in differentieller Form für den Fall der Elektrostatik. Warum kann das elektrostatische Feld durch ein skalares Potential beschrieben werden?

b)

Leiten Sie aus den differentiellen Grundgleichungen eine Differentialgleichung für das elektrostatische Potential in einem homogenen Medium mit konstanter Permitivität her. Wie wird diese Differentialgleichung sowie ihre spezielle Form für $\rho = 0$ genannt?

c)

Gegeben sei ein dielektrischer Zylinder (s. Abb. 2) mit dem Radius a und der relativen Permittivität ϵ_r. Es wirkt ein homogenes elektrostatisches Feld $\overrightarrow{E_0} = E_0 \overrightarrow{e_x}$ von außen ein.

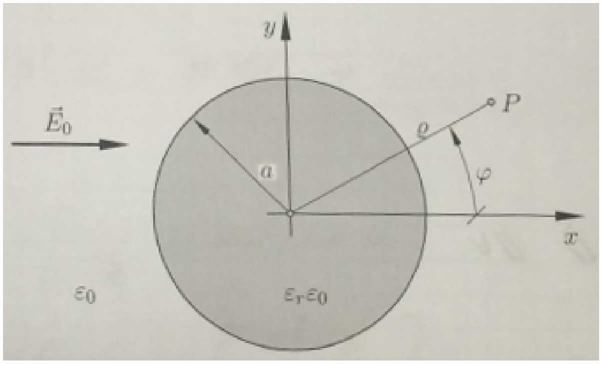

Abbildung 2: dielektrischer Zylinder

Berechnen Sie das Potential des Feldes in kartesischen Koordinaten (Zylinder unbeachtet lassen). Transformieren Sie das Potential in Polarkoordinaten.

d)

Stellen Sie geeignete Lösungsansätze für die Laplace-Gleichung in Polarkoordinaten für die Teilräume $0 \leq \varrho \leq a$ und $\varrho \geq a$. Für $\varrho \to \infty$ muss das Feld in das homogene Feld $\overrightarrow{E_0}$ übergehen! Außerdem müssen die Potentialansätze in beiden Teilräumen dieselbe Abhängigkeit vom Winkel ϕ haben!

e)

Bestimmen Sie die unbekannten Konstanten in den Potentialansätzen mithilfe der Rand- und Stetigkeitsbedingungen. Geben Sie die elektrische Feldstärke im Dielektrikum an.

3. Magnetostatik

Gegeben seien zwei Leiterschleifen angeordnet wie in Abb. 3 zu sehen.

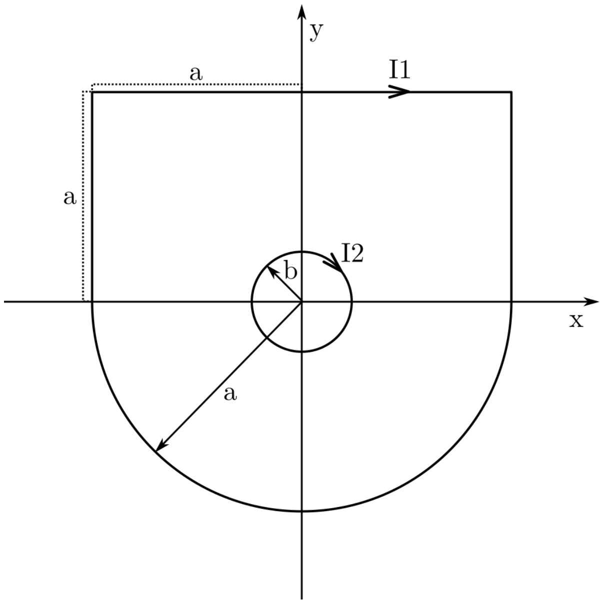

Abbildung 3: zwei stromdurchflossene Leiterschleifen

a)

Die äußere Leiterschleife führe den Strom I_1, die innere Leiterschleife führe keinen Strom. Wie groß ist die magnetische Flussdichte im Koordinatenursprung?

b)

Berechnen Sie die Gegeninduktivität der Anordnung.

c)

Nun führe einzig die innere Leiterschleife einen Strom I_2. Zusätzlich sei der Radius b sehr klein wodurch diese Leiterschleife als magnetischer Dipol angesehen werden kann. Zeigen Sie, dass der magnetische Fluss durch das Konturintegral bestimmt werden kann (Satz von Stokes).

4. Quasistationäre Felder

Zu dieser Aufgabe waren meine Erinnerungen leider etwas schwammig. Doch eine Aufgabe dieser Art scheint fast jedes Mal vorzukommen.

Gegeben seien zwei, von einem Zwischenraum getrennte, Massivleiter (s. Abb. 4). Die Massivleiter besitzen die Breite d und die Dicke $2b$ und weisen eine relative Permeabilität von μ_1 auf. Der Zwischenraum hat die Dicke a und die Permeabilität μ_2.

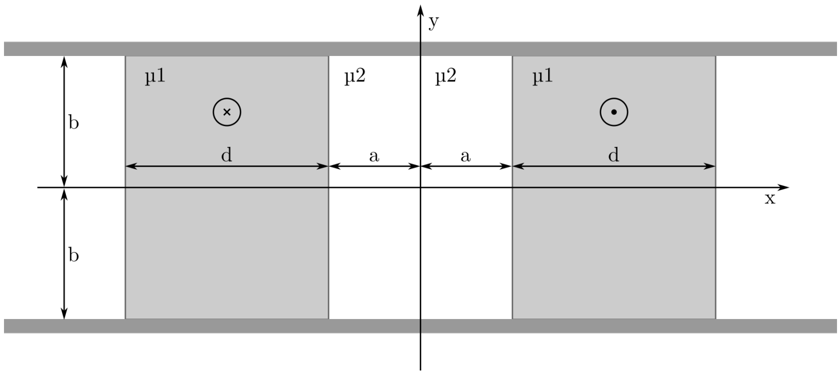

Abbildung 4: zwei durch nichtleitenden Raum getrennte Massivleiter

Durch die Massivleiter fließe ein jeweils entgegengesetzt der Wechselstrom

$$i(t) = I_0 cos(\omega t) \tag{2}$$

und sie dürfen als unendlich ausgedehnt in z-Richtung angenommen werden.

a)

Im Koordinatenursprung besitzt das $\overrightarrow{H}$-Feld nur einen Betrag in y-Richtung und ist nur abhängig von x. Begründen Sie dies.

b)

Geben Sie eine Lösung für die magnetische Flussdichte (Feldstärke?) im Zwischenraum an.

c)

Geben Sie ebenfalls eine Lösung für die leitenden Teilräume an.

d)

Berechnen Sie die durchschnittlichen zeitlichen Verluste.

e)

Zeigen Sie, dass sich diese Rechnung auch mithilfe des Poynting'schen Vektors durchführen lässt.