

Gedächtnisprotokoll

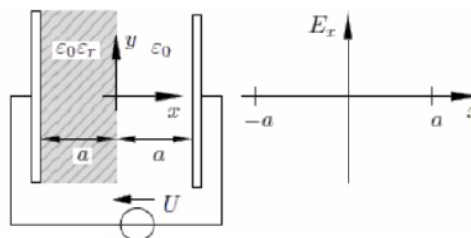
Klausur Theoretische Elektrotechnik 1

25.08.2020

Aufgabe 1 – Allgemeines Verständnis

- a.) Wie lauten die Maxwell'schen Gleichungen in integraler Form? Geben Sie zu allen Feldgrößen (Stromdichte, elektrisches Feld...) in den Maxwell'schen Gleichungen die Einheit an. Erläutern Sie mit Hilfe einer Skizze am Beispiel des Induktionsgesetzes die Rechte-Hand Regel.
- b.) Geben Sie die Grundgleichung der Elektrostatik die Laplacegleichung her. Wieso kann in der Elektrostatik ein Potentialansatz für das elektrische Feld verwendet werden?
- c.) Was sind lineare, isotrope und homogene Materialien in Bezug auf das elektromagnetische Feld? Geben Sie die Materialbeziehung für den linearen Fall an. Nennen Sie ein nichtlineares Material mit starken magnetischen Eigenschaften und skizzieren Sie dessen Kennlinie. Wie ist der Zusammenhang der Feldgrößen in diesem Fall?

- d.) Ein idealer Plattenkondensator ist zur Hälfte mit einem Dielektrikum $\epsilon_r > 1$ gefüllt und an eine Spannungsquelle U angeschlossen. Skizzieren Sie in das rechte Diagramm qualitativ die elektrische Feldstärke als Funktion von x und begründen Sie den Verlauf.

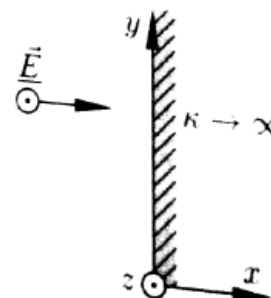


- e.) Geben Sie die Stetigkeitsbedingungen für Tangential- und Normalkomponente des H-Feldes an. Leiten Sie die Stetigkeitsbedingung für die Normalkomponente aus den Maxwell'schen Gleichungen her (inkl. Skizze).
- f.) Für ein Vakuum mit dem magnetischen Feld sei eine ebene Welle gegeben:

$$\vec{H}(z, t) = \vec{e}_y H_0 \cos(\omega(t + z/c_0))$$

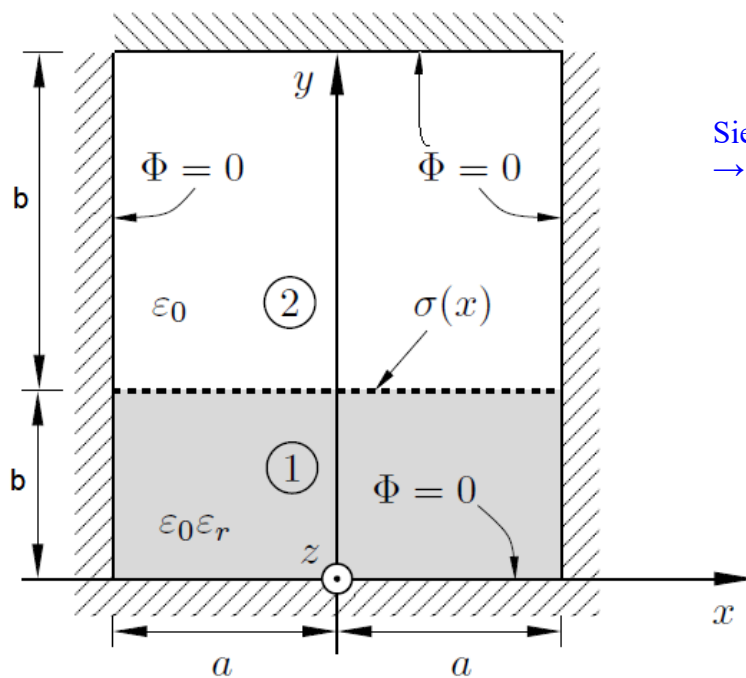
Berechnen Sie das elektrische Feld, die Energieflussdichte für $t = 0$; $z = 0$ und den zeitlichen Mittelwert der Energieflussdichte. Definieren Sie die Wellenzahl, die Wellenlänge und den Wellenwiderstand der betrachteten Welle.

- g.) Eine ebene Welle $E = e_z E_0 e^{-jkr}$ fällt gemäß Skizze senkrecht auf einen ideal leitenden Halbraum ein. Berechnen Sie die induzierte Flächenstromdichte. Definieren Sie dabei auch den Wellenwiderstand Z und geben Sie einen ungefähren Wert im Vakuum an.



Aufgabe 2 – Randwertproblem in Kartesischen Koordinaten

Gegeben ist das im Bild dargestellte, zweidimensionale, von der Koordinate z unabhängige Randwertproblem.



Siehe Übung 5 SoSe 2020
→ obere Grenzfläche ist anders

Die Ebenen $x = \pm a$ sowie die Ebene $y = 0$ sind leitend und geerdet und weisen folglich das Potential $\Phi = 0$ auf. Innerhalb des von den leitenden Ebenen begrenzten Bereiches, befindet sich in der Höhe b eine Flächenladung mit der Dichte:

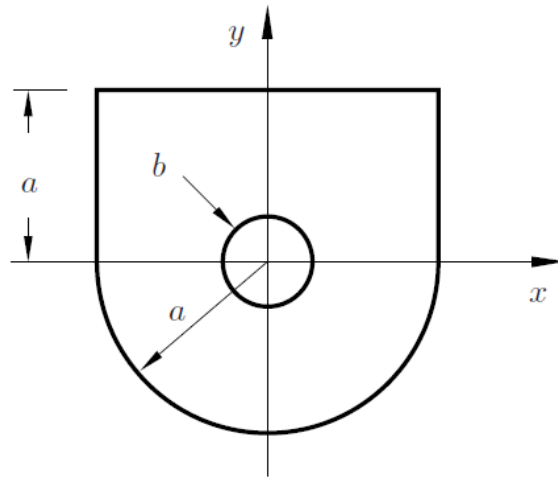
$$\sigma(x) = \sigma_0 \cos \frac{\pi x}{2a}$$

Das Teilgebiet 1 unterhalb der Flächenladung ist außerdem mit einem Dielektrikum der relativen Permittivität ϵ_r gefüllt.

- Wie lautet der allgemeine den allgemeinen Lösungsansatz der zweidimensionalen Laplace-Gleichung?
- Reduzieren Sie den allgemeinen Lösungsansatz der zweidimensionalen Laplace-Gleichung in den Teilbereichen 1 und 2 unter Berücksichtigung der Randbedingungen auf den leitenden Wänden.
- Bestimmen Sie die noch unbekanntenen Konstanten in den Potentialansätzen mit Hilfe der Stetigkeitsbedingungen in der Trennfläche $y = b$.
- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}(x = 0, y = 0)$ im Koordinatenursprung und skizzieren Sie die elektrischen Feldlinien.

Aufgabe 3 – Magnetostatik

Eine dünne Leiterschleife, bestehend aus einem Halbkreisbogen vom Radius a und ansonsten geraden Segmenten der Länge a bzw. $2a$ umschließt gemäß Abbildung in der Ebene $z = 0$ eine sehr kleine kreisförmige Leiterschleife vom Radius $b \ll a$.



Siehe HHA 4 SoSe 2020

- In der äußeren Leiterschleife fließe der Strom I und die innere Leiterschleife sei stromlos. Berechnen Sie die magnetische Flussdichte im Koordinatenursprung.
- Bestimmen Sie die Gegeninduktivität zwischen den beiden Leiterschleifen. Nehmen Sie dabei an, dass die magnetische Flussdichte innerhalb der kreisförmigen Leiterschleife näherungsweise konstant ist.
- Nun sei die äußere Leiterschleife stromlos und in der inneren fließe der Strom I . Da die innere Leiterschleife klein ist, kann sie als magnetischer Dipol mit dem Vektorpotential

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I \pi b^2}{4\pi} \frac{\vec{e}_z \times \vec{r}}{r^3}$$

betrachtet werden. Zeigen Sie zunächst, dass der Fluss durch die äußere Leiterschleife durch Konturintegration des Vektorpotentials berechnet werden kann (Satz von Stokes) und bestimmen Sie daraus wieder die Gegeninduktivität.

Hinweise:

Gesetz von BIOT-SAVART:
$$\vec{H}(\vec{r}_p) = \frac{I_0}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{r}_q \times (\vec{r}_p - \vec{r}_q)}{|\vec{r}_p - \vec{r}_q|^3}$$

Integral:
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}^3} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

Aufgabe 4 – Quasistationäre Felder und Poynting Satz

- a.) Führen Sie in den Maxwell'schen Gleichungen die quasistatische Näherung durch und leiten Sie die Helmholtz-Gleichung für den Phasor der magnetischen Feldstärke her.
- b.) Zeigen Sie anhand des zeitabhängigen Poynting'schen Satzes

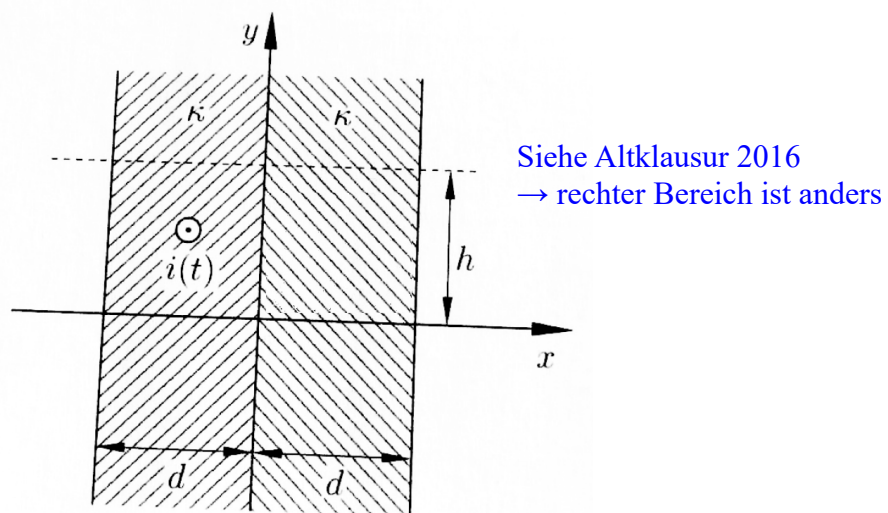
$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = P_V + \oint_A \vec{S} \cdot d\vec{A}.$$

wie man den zeitlichen Mittelwert der Verluste \bar{P}_V direkt aus dem komplexen Poynting-Vektor berechnen kann.

Gegeben sind zwei an den Bereichsgrenzen isolierte Massivleiter mit der Dicke d und der Leitfähigkeit κ . Nur ein Leiter wird vom Wechselstrom:

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

durchflossen. Beide dürfen als unendlich ausgedehnt in y - und z - Richtung angenommen werden.



- c.) Berechnen Sie den Phasor der magnetischen Feldstärke im gesamten Raum.
- d.) Geben Sie die elektrische Feldstärke an.
- e.) Ermitteln Sie mit Hilfe des komplexen Poynting'schen Vektors den zeitlichen Mittelwert der Verlustleistung pro Länge l (in z -Richtung) und Höhe h .