TET2 – 25.02.2020

Allgemeines Verständnis 35 Punkte

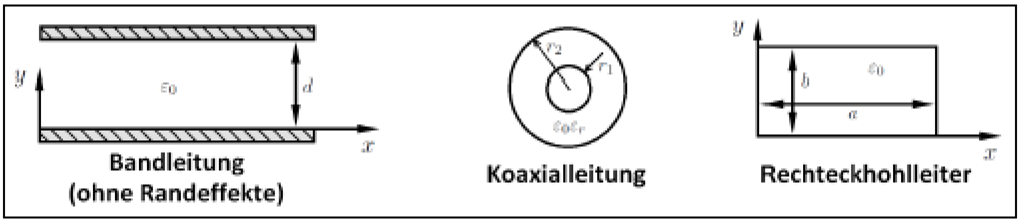
Aufgabe 1 (Allgemeines Verständnis)

a) Leiten Sie aus den MAXWELL'schen Gleichungen die Wellengleichung im Zeitbereich für die elektrische Feldstärke in einem strom- und ladungsfreien Raum her. Weisen Sie an den entsprechenden Stellen der Herleitung auf die erforderlichen Voraussetzungen hin.

b) Wellengleichung im Frequenzbereich ermitteln (ohne Herleitung), dann Probe machen, und H Feld Bestimmen.

c) Ebene welle mit E-Feld gegeben welche senkrecht auf eine ideal leitende Platte bei z=0 trifft. Bestimme Flächenladungsdichte K.

d) Skizzieren Sie für die drei dargestellten Leitungstypen (Wellenausbreitung in z-Richtung) die elektrischen Feldlinien der jeweiligen Grundwelle. Benennen Sie die Wellentypen und geben Sie im Falle des Rechteckhohlleiters die Formel für die elektrische Feldstärke an (ohne Herleitung).

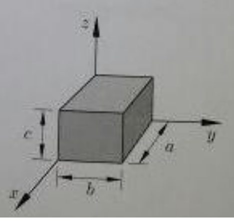


e) Was versteht man unter Dispersion und welche Auswirkungen hat sie? Zeichnen Sie für die drei Grundmoden aus d) den Verlauf $\omega(k_z)$ in ein gemeinsames Dispersionsdiagramm ein. Beachten Sie dabei die dielektrische Füllung ($\varepsilon_r \geq 1$) der Koaxialleitung. Wie lassen sich die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit aus dem Dispersionsdiagramm ermitteln und wie groß sind sie bei der cut-off-Frequenz?

f) Leiten Sie einen Ausdruck für die Dämpfungskonstante in einem Hohlleiter mit Wandverlusten her. Gehen Sie dabei davon aus, dass die zetlichen Mittelwerte der Verlustleistung pro Längeneinheit sowie der übertragenen Leistung vorliegen und verwenden Sie den Energieerhaltungssatz.

g) Gegeben ist ein quaderförmiger Hohlraumresonator mit den Kantenlängen a, b und c. Der Resonator sei ideal leitend und homogen mit einem Dielektrikum der relativen Permittivität ε_r gefüllt. Innerhalb des Resonators herrscht ein elektrisches Feld der Eigenschaft $\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 f(x,y)\cos(\omega_0 t)\,\vec{e}_z$.

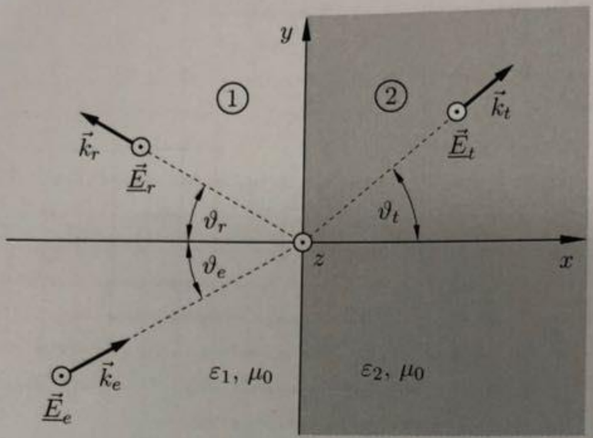
Geben Sie die örtliche Abhängigkeit $f(x,y)$ und die Resonanzfrequenz f_0 der Grundschwingung an.



Ebene Wellen / Reflexion

(20 Punkte)

Eine senkrecht polarisierte, ebene Welle fällt schräg auf die Grenzschicht $x = 0$ zwischen zwei Halbräumen mit den Dielektrizitätskonstanten ε_1 und ε_2 ein.



a) Wie lauten die Wellenvektoren der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle in Abhängigkeit von den entsprechenden Winkeln? Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Winkeln und wie kann man ihn herleiten? Wie nennt man das Winkelgesetz?

b) Ermitteln Sie aus dem Winkelgesetz den Bereich für den Einfallswinkel, bei dem Totalreflexion auftritt. Wie muss das Verhältnis $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ sein?

c) Geben sie die elektrische Feldstärke im Raum $x > 0$ im Frequenz- und Zeitbereich an. Der Einfallswinkel soll größer als der Grenzwinkel der Totalreflexion sein. Die Amplitude des Feldes braucht nicht bestimmt zu werden.

Hinweis: Der Wellenvektor wird bei Totalreflexion komplex!

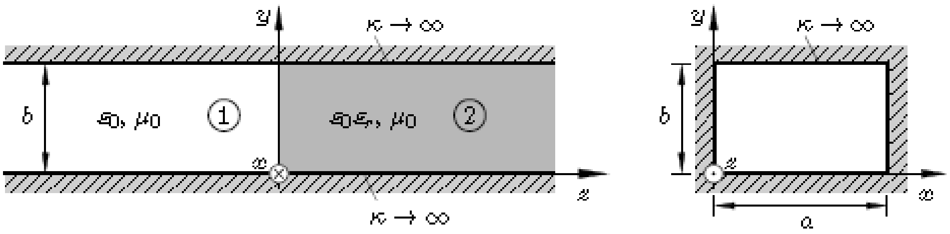
d) Berechnen Sie den komplexen POYNTING-Vektor im Raum $x > 0$ bei Totalreflexion.

e) Zeigen Sie, dass die x-Komponente des komplexen POYNTING-Vektors im Raum $x < 0$ bei Totalreflexion rein imaginär ist und interpretieren Sie das Ergebnis.

3. Aufgabe TE-Welle / Rechteckhohlleiter 20 Punkte

Die Aufgaben a)-f) waren dieselben, aber es gab keine Grenzschicht. War komplett mit mü0 und Eps0 gefüllt.

In einem Rechteckhohlleiter mit ideal leitenden Wänden und den Kantenlängen a und b, siehe Bild, falle von $z = -\infty$ her eine TE_{11}-Welle ein. Das elektrische Feld der Welle habe den maximalen Wert E_0. Der Hohlleiter ist für $z > 0$ mit einem Dielektrikum gefüllt.



a) Was genau versteht man unter einer TE-Welle? Definieren Sie ein geeignetes Vektorpotential, mit dem sich eine solche Welle berechnen lässt.

b) Geben Sie den allgemeinen Lösungsansatz für das Vektorpotential an.

c) Wie lauten die Randbedingungen an der Hohlleiterwand für die elektrische Feldstärke, die magnetische Feldstärke und das Vektorpotential?

d) Reduzieren Sie den allgemeinen Lösungsansatz mit Hilfe der Randbedingungen und berechnen Sie alle *elektrischen* Feldkomponenten der einfallenden TE_{11}-Welle.

e) Verwenden Sie den Feldwellenwiderstand der TE-Wellen, um die transversalen *magnetischen* Feldkomponenten zu ermitteln.

f) Es werden jetzt am Anfang und Ende ideale Schichten hinzugefügt. Bestimme Flächenladungsstrom und Flächenladungsdichte.

Theoretische Elektrotechnik
Technische Universität Berlin
Prof. Dr.-Ing. R. Schuhmann

(25 Punkte)

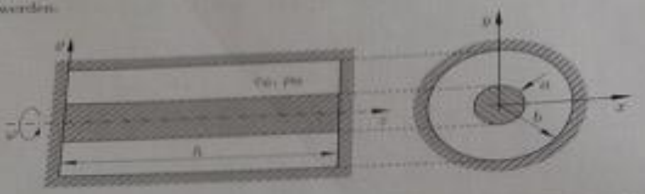
Resonator / TEM-Welle

a) Nennen Sie drei voneinander unabhängige Bedingungen, die zur Ausbreitung einer TEM-Welle in einem Wellenleiter notwendig sind.

Eine Koaxialleitung mit dem Innenradius a und dem Außenradius b wird an den Orten $z=0$ und $z=h$ mit ideal leitenden Wänden verschlossen, so dass der im Bild dargestellte, koaxiale Resonator entsteht. Es sollen im Folgenden TEM-Moden mit dem elektrischen Feld

$$\vec{E} = \vec{e}_\varrho E_\varrho(\varrho, z)$$

betrachtet werden.



b) Lösen Sie das elektrostatische Problem der Querschnittsfläche und ermitteln Sie daraus die komplexe Amplitude $E_\varrho(\varrho, z)$ einer sich in z-Richtung ausbreitenden TEM-Welle auf einer längshomogenen Koaxialleitung.

Hinweis: $\operatorname{grad}\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial\varrho}\vec{e}_\varrho + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\vec{e}_\varphi + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{e}_z \quad , \quad \Delta\Phi = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial\varrho}\left(\varrho\frac{\partial\Phi}{\partial\varrho}\right) + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}$

Bestimmen Sie das elektrische Feld im Resonator durch Überlagerung von vor- und rücklaufenden TEM-Wellen. Leiten Sie daraus eine Formel zur Bestimmung der Resonanzfrequenzen her. Geben Sie auch das magnetische Feld an.

Zeigen Sie, dass die zeitlichen Mittelwerte der magnetischen und der elektrischen Energie gleich sind.

linweis: $\int_0^h \cos^2\frac{n\pi z}{h}\,\mathrm{d}z = \int_0^h \sin^2\frac{n\pi z}{h}\,\mathrm{d}z = \frac{h}{2} \quad \text{für} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$

un werde der Resonator mit einem verlustbehafteten Material ($\tan\delta \ll 1$) homogen gefüllt. rechnen Sie den Strom $i(z,t)$ auf dem Innenleiter.

nweis: Setzen Sie die Kreisfrequenz komplex an und verwenden Sie die Näherung
$(1-x)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ für $|x| \ll 1$.