UNIVERSITÄT PADERBORN

Fakultät EIM

Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik

Prof. Dr.-Ing. R. Schuhmann

Klausur TET A

1. August 2007

Name:

Vorname:

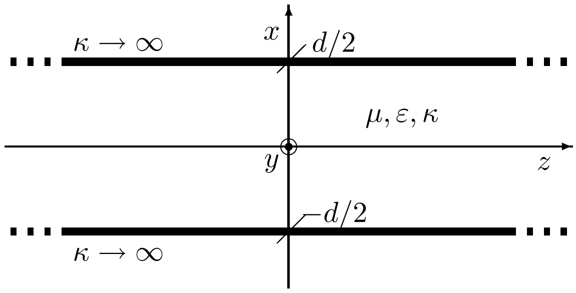
Matrikel-Nr.:

Prüfungsnr.:

Aufgabe	1	2	3	4	HÜ	Summe
Punkte						

Theoretische Elektrotechnik
Universität Paderborn
Prof. Dr.–Ing. R. Schuhmann

Betrachtet wird eine homogene Bandleitung (planarer Hohlleiter) mit perfekt leitender Berandung. Diese ist in y- und in z-Richtung unendlich ausgedehnt. Falls nicht anders angegeben, gilt $\kappa = 0$.



Die transversalmagnetischen (TM) Felder der Bandleitung besitzen nur eine skalare Komponente und sind unabhängig von einer transversalen Koordinate (hier $\frac{\partial}{\partial y} = 0$).

$$\vec{H} = \vec{e}_y H_y(x, z)$$

1. Leiten Sie die skalare Wellendifferentialgleichung für die $y-$Komponente der magnetischen Feldstärke im Frequenzbereich her.
2. Der Grundmode der Bandleitung ist der TEM-Mode, ein Spezialfall mit $\frac{\partial}{\partial x} = 0$. Geben Sie den elektrischen und magnetischen Phasor dieses Modes an.
3. Bestimmen Sie die folgenden Größen des TEM-Modes in Abhängigkeit der Geometrie- und Materialparameter:
   - Wellenzahl
   - Wellenlänge
   - Phasengeschwindigkeit
   - Gruppengeschwindigkeit
4. Geben Sie den magnetischen Phasor des nächst höheren TM-Modes an.
5. Nehmen Sie an, es breitet sich nur dieser eine TM-Mode mit der Amplitude 1 aus. Berechnen Sie die z-Komponente des zeitabhängigen Poyntingvektors. Berücksichtigen Sie sowohl in positiver als auch in negativer z-Richtung propagierende Wellen.
6. Begründen oder korrigieren Sie die folgenden Aussagen:
   (a) Der Grundmode (TEM-Mode) der verlustfreien Bandleitung ist dispersionsfrei.
   (b) Alle Moden der verlustfreien Bandleitung sind dispersionsfrei.
   (c) Der Grundmode der verlustbehafteten Bandleitung ($\kappa \neq 0$) ist dispersionsfrei.
   (d) Die Anzahl ausbreitungsfähiger Moden steigt mit abnehmender Schichtdicke d an.
   (e) Die Anzahl ausbreitungsfähiger Moden steigt mit größer werdender Frequenz ω an.

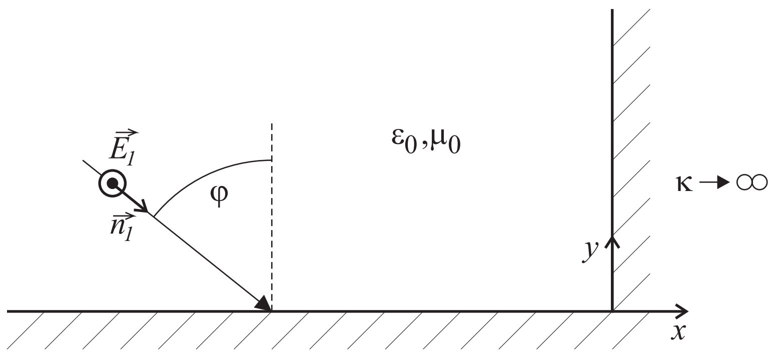
Nr.	Punkte

Theoretische Elektrotechnik
Universität Paderborn
Prof. Dr.–Ing. R. Schuhmann

Eine ebene Welle im Vakuum ($\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$) mit dem elektrischen Feldvektor

$$\underline{\vec{E}}_1(\vec{r}) = \underline{E}_0 e^{-jk\vec{n}_1\cdot\vec{r}}\vec{e}_z$$

tritt unter den Winkel φ auf eine ideal leitende, metallische Ecke (vgl. Skizze).



1. Berechnen Sie das elektrische Feld mit Hilfe einer Überlagerung von insgesamt vier Teilwellen.

   Zeigen Sie, dass sich das Ergebnis in der Form

   $$\underline{\vec{E}}(x,y) = 4\underline{E}_0 \sin(k\sin\varphi\, x)\,\sin(k\cos\varphi\, y)\vec{e}_z$$

   darstellen lässt.

   Geben Sie auch das magnetische Feld an.

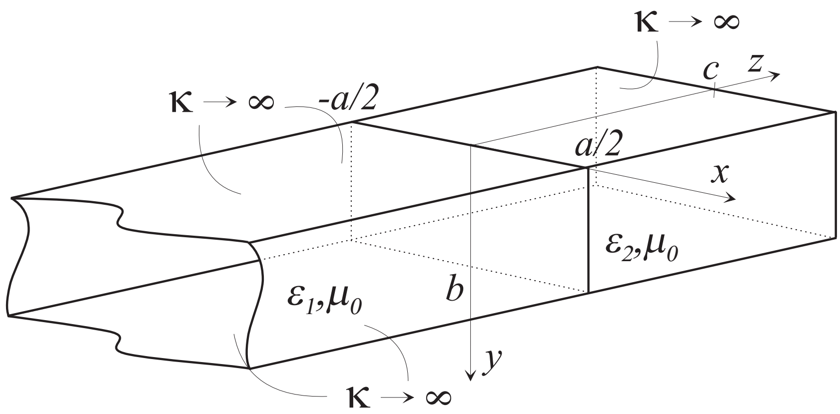
2. Geben Sie den komplexen Poyntingschen Vektor an. In welche Richtung fließt im zeitlichen Mittel Energie? Deuten Sie dieses Ergebnis.

3. Geben Sie (u.a. in Abhängigkeit der Kreisfrequenz ω) Koordinaten a und b an, so dass bei $x = -a$ und $y = b$ metallische Wände eingebracht werden können, ohne das Feld für $-a < x < 0$ und $0 < y < b$ zu ändern. Was für eine Anordnung liegt nun vor?

Nr.	Punkte

Theoretische Elektrotechnik
Universität Paderborn
Prof. Dr.–Ing. R. Schuhmann

Gegeben ist ein idealer Hohlleiter mit den Abmessungen a und $b = a/2$ in x- und y-Richtung, s. Bild. Im Bereich $z < 0$ ist der Hohlleiter mit dem Material der Permittivität ε_1, im Bereich $z > 0$ mit dem Material der Permittivität $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ gefüllt. Die Permeabilität der gesamten Anordnung sei μ_0. In $z = c > 0$ ist der Hohlleiter mit einer ideal leitenden Platte abgeschlossen.



1. Skizzieren Sie das Dispersionsdiagramm für den Wellenleiterabschnitt $z < 0$ für die ersten fünf ausbreitungsfähigen Moden und geben Sie den jeweiligen Moden-Typ an.

2. Geben Sie die maximale Kreisfrequenz an, bis zu der nur der Grundmode im Wellenleiterabschnitt $z < 0$ ausbreitungsfähig ist.

3. Geben Sie das elektrische und magnetische Feld des Grundmodes an und skizzieren Sie die zugehörigen elektrischen Feldlinien.

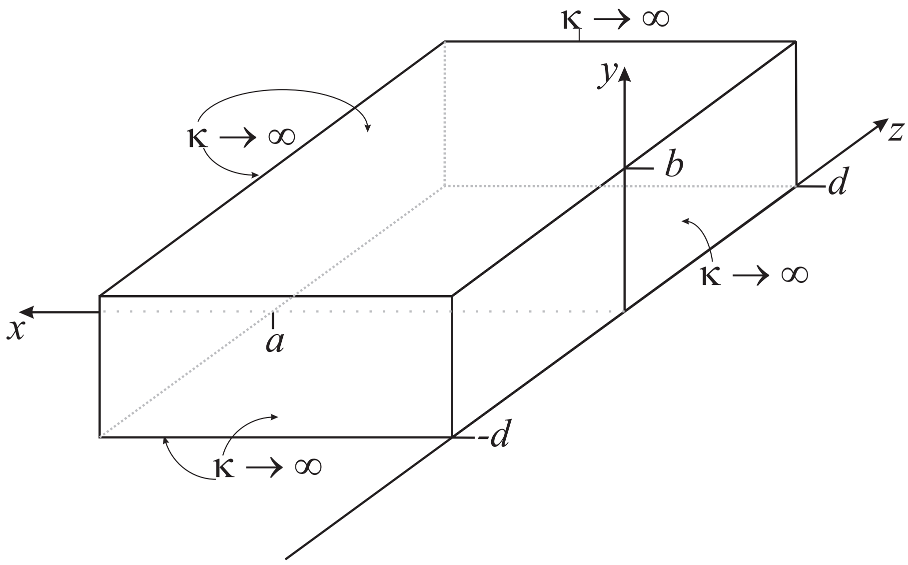
4. In $z < 0$ wird der Grundmode mit der Amplitude E_0 angeregt. Berechnen Sie das elektrische Feld innerhalb der gesamten Anordnung.

5. Welche Leistung wird im zeitlichen Mittel in positiver z-Richtung transportiert ?

Nr.	Punkte

Theoretische Elektrotechnik
Universität Paderborn
Prof. Dr.–Ing. R. Schuhmann

Gegeben sei folgender Resonator mit ideal leitfähiger Berandung.



1. Leiten Sie die Wellengleichung für das Vektorpotential aus den Maxwell'schen Gleichungen her.
2. Geben Sie ein einkomponentiges Vektorpotential für die TM-Moden an, mit dem sich die Randbedingungen leicht erfüllen lassen.
3. Berechnen Sie mit ihrem Ergebnis aus b) alle elektrischen und magnetischen Feldkomponenten. Geben Sie die Separationskonstanten an.
4. Füllt man den Resonator mit (destilliertem) Wasser, verringert sich die Resonanzfrequenz um den Faktor neun. Berechnen Sie die relative Permittivität ε_r von Wasser (mit Rechenweg!).
5. Berechnen Sie die elektrische und die magnetische Energiedichte des TM_{110}-Modes im Resonator als Funktion der Zeit. Interpretieren Sie das Ergebnis.
6. Zeigen Sie, dass die elektrische und die magnetische Energie im Resonator im zeitlichen Mittel gleich sind.

Nun werde der Resonator mit einem verlustbehafteten Material mit $\tan\delta = 10^{-4}$ homogen gefüllt und der TM_{110}-Mode angeregt.

7. Transformieren Sie die magnetische Feldstärke am Ort $x = \frac{a}{2}$, $y = 0$ und $z = 0$ in den Zeitbereich und skizzieren Sie $\vec{H}(t)$ qualitativ über zwei Schwingungsperioden.
   Hinweis: Setzen Sie die Kreisfrequenz komplex an.

Nr.	Punkte