



3. Klausur im Fach  
„Thermodynamik I“, SS 09  
am 01.10.2009

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Gesamt

Name:

Matrikelnummer:

Studiengang:

1. Der Klausurumfang beträgt inklusive diesem Deckblatt und Formelsammlung 3 Blätter (6 Seiten).
2. Tragen Sie auf dem Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.
3. Es sind nur Fragen zum Verständnis des Aufgabentextes zulässig. Fragen zur Lösung der Aufgaben werden **nicht** beantwortet.
4. Die Dauer der Prüfung beträgt 120 Minuten.
5. Zum Bestehen werden im Theorieteil (Aufgabe 1) mindestens 10 Punkte sowie insgesamt mindestens 40 Punkte benötigt (Für Studierende des Maschinenbaus nach alten Prüfungsordnungen gelten gesonderte Regeln).
6. Ihr Schreibpapier wird Ihnen gestellt. **Eigenes Papier darf nicht verwendet werden.**
7. Zugelassene Hilfsmittel: Nichtprogrammierbare Taschenrechner,  $h,s$ -Diagramm. **Bitte schalten Sie Ihre Mobiltelefone aus und nehmen Sie sie vom Arbeitsplatz.**
8. Mit Bleistiften oder in roter Farbe angefertigte Texte und Grafiken werden nicht gewertet.
9. Geben Sie die von Ihnen beschriebenen Blätter einschließlich der Aufgaben- und „Schmier“-blätter sofort nach der Klausur ab, später abgegebene Blätter werden nicht berücksichtigt.
10. Die Zahlenwerte in den Quereinstiegen entsprechen nicht den exakten Ergebnissen.
11. Es können (fast) alle Teilaufgaben unabhängig voneinander gelöst werden.
12. Treffen Sie gegebenenfalls plausible Annahmen um auch ohne Zwischenergebnisse weiterrechnen zu können.

# Formelsammlung

## Molmassen

$$M_{H_2} = 2 \text{ kg/kmol} \quad M_{N_2} = 28 \text{ kg/kmol} \quad M_{O_2} = 32 \text{ kg/kmol} \quad M_C = 12 \text{ kg/kmol}$$

## Energie und der erste Hauptsatz der Thermodynamik

Energiebilanzgleichung für geschlossene Systeme:

$$\frac{d(U + KE + PE)}{d\tau} = \dot{Q} + \dot{W} \quad (1)$$

Definition der Enthalpie:

$$H := U + pV \quad (2)$$

Energiebilanzgleichung für offene Systeme:

$$\frac{d(U + KE + PE)}{d\tau} = \dot{Q} + \dot{W} + \sum_{\text{ein}} \dot{m}_{\text{ein}}(h + ke + pe)_{\text{ein}} - \sum_{\text{aus}} \dot{m}_{\text{aus}}(h + ke + pe)_{\text{aus}} \quad (3)$$

Volumenänderungsarbeit und Arbeit in Fließprozessen:

$$W_V = - \int p dV \quad \text{und} \quad W_t = W_R + \int V dp + \Delta KE + \Delta PE \quad (4)$$

## Eigenschaften idealer Gase

Thermische Zustandsgleichung idealer Gase:

$$pV = m \frac{\bar{R}}{M} T \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad \bar{R} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \quad (5)$$

Kalorische Zustandsgleichungen für ideale Gase:

$$du = c_v dT \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad c_v := \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (6)$$

$$dh = c_p dT \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad c_p := \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (7)$$

Verhältnis der Wärmekapazitäten / Isentropenexponent idealer Gase:

$$c_p - c_v = \frac{\bar{R}}{M} \quad (\text{id. Gase}) \quad \kappa := \frac{c_p}{c_v} \quad (8)$$

## Quasistatische Zustandsänderungen in homogenen Systemen

Isentrope Zustandsänderung / Isentropenexponent:

$$pv^k = \text{konst.} \quad \text{mit} \quad k := -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \quad (9)$$

$$T \cdot v^{\kappa-1} = \text{konst.} \quad (\text{id. Gase}) \quad T \cdot p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{konst.} \quad (\text{id. Gase}) \quad (10)$$

Polytrope Zustandsänderung / Polytropenexponent:

$$pv^n = \text{konst.} \quad \text{mit} \quad n := -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_{\text{pol}} \quad (11)$$

## Entropie und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik

Entropiebilanzgleichung für geschlossene Systeme:

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{S}_{gen} \quad \text{mit} \quad \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad (12)$$

Entropiebilanzgleichung für offene Systeme:

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_{ein} (\dot{m}s)_{ein} - \sum_{aus} (\dot{m}s)_{aus} + \dot{S}_{gen} \quad \text{mit} \quad \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad (13)$$

Entropie reiner idealer Gase:

$$ds = \frac{c_V dT}{T} + \frac{\bar{R}}{M} \frac{dv}{v} = \frac{c_p dT}{T} - \frac{\bar{R}}{M} \frac{dp}{p} \quad (\text{id. Gase}) \quad (14)$$

## Exergie

Exergie eines Systems:

$$E_{S_{ys}} = E_{S_{ys}}^{PH} + E^{KN} + E^{PT} + E^{CH} \quad (15)$$

$$E_{S_{ys}} = m [(u - u_0) + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0)] + \frac{mc^2}{2} + mgz + E^{CH} \quad (16)$$

Exergie eines Stoffstromes:

$$\dot{E} = \dot{E}^{PH} + \dot{E}^{KN} + \dot{E}^{PT} + \dot{E}^{CH} \quad (17)$$

$$\dot{E} = \dot{m} [(h - h_0) - T_0(s - s_0)] + \frac{\dot{m}c^2}{2} + \dot{m}gz + \dot{E}^{CH} \quad (18)$$

Zusammenhang zwischen Entropieerzeugung und Exergievernichtung:

$$E_D = T_0 \cdot S_{gen} \quad (19)$$

Exergietransport verbunden mit Energietransport in Form von Wärme und Arbeit:

$$\dot{E}_{q,j} := \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j \quad \text{und} \quad \dot{E}_w := \dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau} \quad (20)$$

Exergiebilanz für geschlossene Systeme:

$$\frac{dE_{S_{ys}}}{d\tau} = \sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j + \left(\dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau}\right) - \dot{E}_D \quad (21)$$

Exergiebilanz für offene Systeme:

$$\frac{dE_{S_{ys}}}{d\tau} = \sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j + \left(\dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau}\right) + \sum_{ein} (\dot{m}e)_{ein} - \sum_{aus} (\dot{m}e)_{aus} - \dot{E}_D \quad (22)$$

## Reale Reinstoffe

Dampfgehalt:

$$x := \frac{m''}{m_{ges}} = \frac{m''}{m'' + m'} \quad \text{mit } ' : \text{ flüssige Phase} \quad \text{und } '' : \text{ dampfförmige Phase} \quad (23)$$

Zustandsgrößen im Nassdampfgebiet:

$$z = z' + x(z'' - z') = (1 - x)z' + xz'' \quad \text{mit } z = v, u, h, s, \dots \quad (24)$$

Kalorische Zustandsgleichungen reiner realer Stoffe:

$$du = c_v(T, p) dT + \left[ T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv \quad (25)$$

$$dh = c_p(T, p) dT + \left[ v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp \quad (26)$$

$$ds = \frac{c_p(T, p)}{T} dT - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp \quad (27)$$

Thermische Zustandsgleichung für inkompressible Fluide:

$$v = v_0 = \text{konst.} \quad (\text{inkompressibel}). \quad (28)$$

Kalorische Zustandsgleichungen für inkompressible Fluide:

$$c_p(T) = c_v(T) = c(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (29)$$

$$u(T, p) = \int_{T_0}^T c(T) dT + u_0 = u(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (30)$$

$$h(T, p) = \int_{T_0}^T c(T) dT + v_0(p - p_0) + h_0 \quad (\text{inkompressibel}) \quad (31)$$

$$s(T, p) = \int_{T_0}^T \frac{c(T)}{T} dT + s_0 = s(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (32)$$

## Mischungen

Massenanteil / Stoffmengenanteil / Partialdruck:

$$\xi_i := \frac{m_i}{m} \quad y_i := \frac{n_i}{n} \quad p_i := y_i p \quad (33)$$

Thermische Zustandsgleichung einer Mischung idealer Gase:

$$pV = n\bar{R}T = mRT \quad (\text{id. Gase}) \quad (34)$$

$$\text{mit } M = \sum_i M_i y_i \quad \text{oder} \quad \frac{1}{M} = \sum_i \frac{\xi_i}{M_i} \quad \text{und} \quad R = \sum_i \xi_i R_i = \bar{R}/M \quad (35)$$

Kalorische Zustandsgrößen einer Mischung idealer Gase:

$$U(T) = \sum_i m_i u_i(T) \quad (\text{id. Gase}) \quad H(T) = \sum_i m_i h_i(T) \quad (\text{id. Gase}) \quad (36)$$

$$S(T, p) = \sum_i m_i s_i(T, p) - \sum_i m_i R_i \ln y_i \quad (\text{id. Gase}) \quad (37)$$

Relative Feuchte und Wassergehalt (feuchte Luft):

$$\varphi := \frac{p_{Wd}}{p_{W,s}(T)} \quad x := \frac{m_W}{m_L} \quad x = \frac{M_W}{M_L} \cdot \frac{p_{W,s}(T)}{(p/\varphi) - p_{W,s}(T)} \quad (38)$$

Spezifisches Volumen und spezifische Enthalpie feuchter Luft:

$$v_{1+x} := \frac{V}{m_L} \quad h_{1+x} := \frac{H}{m_L} = h_L + xh_W \quad (39)$$

Stoffwerte für die Berechnung der Enthalpie feuchter Luft:

Wärmekapazität von Luft	$c_{p,L}$	1,004	$kJ/(kgK)$
Wärmekapazität von Wasser			
- dampfförmig	$c_{p,Wd}$	1,86	$kJ/(kgK)$
- flüssig	$c_{Wfl}$	4,19	$kJ/(kgK)$
- fest	$c_{Wf}$	2,05	$kJ/(kgK)$
Verdampfungsenthalpie von Wasser bei $t = 0^\circ C$	$r_0(0^\circ C)$	2500	$kJ/kg$
Schmelzenthalpie von Wasser bei $t = 0^\circ C$	$r_{f,0}(0^\circ C)$	333	$kJ/kg$

Enthalpie ungesättigter feuchter Luft:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x(r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) \quad (40)$$

Enthalpie von flüssigem Wasser:

$$h_{Wfl}(t) = c_{Wfl} \cdot t \quad (41)$$

Enthalpie gesättigter feuchter Luft mit flüssigem Wasser:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x_s(r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) + (x - x_s)c_{Wfl} \cdot t \quad (42)$$

Enthalpie gesättigter feuchter Luft mit festem Wasser:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x_s(r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) + (x - x_s)(c_{Wf} \cdot t - r_{f,0}) \quad (43)$$

## Sättigungszustand (siedende Flüssigkeit und gesättigter Dampf)

Wasser, Sättigungszustand, Drucktafel

$p$ bar	$t$ $^\circ C$	$T$ K	$v'$ $\frac{m^3}{kg}$	$v''$ $\frac{m^3}{kg}$	$h'$ $\frac{kJ}{kg}$	$h''$ $\frac{kJ}{kg}$	$s'$ $\frac{kJ}{kgK}$	$s''$ $\frac{kJ}{kgK}$
0,4	75,89	349,04	0,0010266	3,994	317,46	2635,7	1,0255	7,6667
0,6	85,95	359,1	0,0010334	2,732	359,73	2652,2	1,1449	7,5280
0,8	93,51	366,66	0,0010389	2,087	391,53	2664,3	1,2324	7,4300
1,0	99,63	372,78	0,0010436	1,694	417,33	2673,8	1,3022	7,3544
1,5	111,37	384,52	0,0010532	1,159	466,95	2691,6	1,4331	7,2177
2,0	120,23	393,38	0,001061	0,8852	504,52	2704,6	1,5295	7,1212
2,5	127,43	400,58	0,0010677	0,7182	535,2	2714,8	1,6066	7,0466
3,0	133,54	406,69	0,0010737	0,6054	561,2	2723,2	1,6711	6,9859
3,5	138,88	412,03	0,0010791	0,5238	584,1	2730,3	1,7267	6,9346
4,0	143,63	416,78	0,0010841	0,4621	604,4	2736,5	1,7757	6,8902

## $h_{1+x},x$ - Diagramm für feuchte Luft

In der Klausur stand an dieser Stelle ein  $h_{1+x},x$  - Diagramm für feuchte Luft.

# 1. Aufgabe: Theoretische Fragen (20 Punkte)

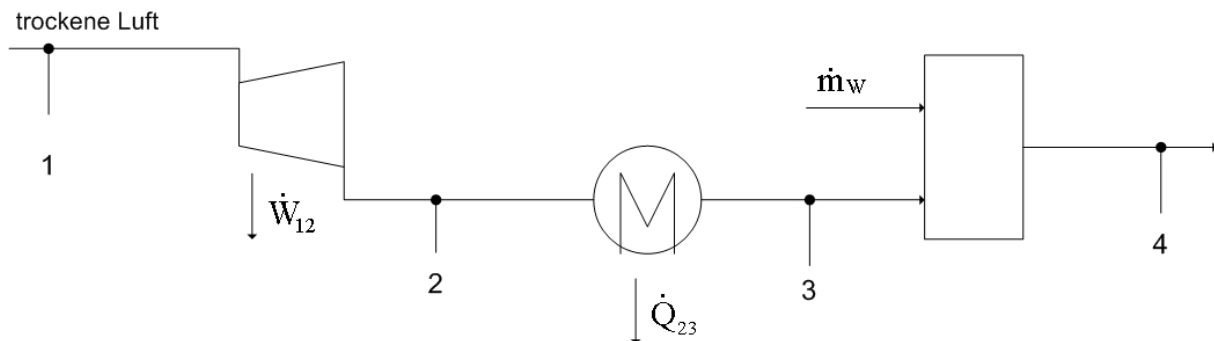
a) (5 Punkte) (Jede richtige Antwort 1 Punkt, jede falsche -1P, Minimum 0 P)

Die Aussage ist	richtig	falsch
Unterhalb von 100 °C ist Wasser immer flüssig		
Ein Wärmestrom $\dot{Q}$ ist eine Zustandsgröße.		
Der Dampfgehalt $x$ ist eine Zustandsgröße.		
Luft kann immer als ideales Gas betrachtet werden.		
Eine Drosselung verläuft immer isotherm.		

- b) (2 Punkte) Wie muss die *Temperatur* verändert werden, um bei ungesättigter feuchter Luft eine Kondensation von Wasser bei konstantem Gesamtdruck herbeizuführen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) (2 Punkte) Wodurch ist ein stationärer Prozess charakterisiert? Geben Sie ein Beispiel für einen *instationären* Prozess.
- d) (1 Punkt) Berechnen Sie die molare Masse von Luft ( $y_{O_2} = 0,21$ ;  $y_{N_2} = 0,79$ ;  $M_{O_2} = 32 \frac{g}{mol}$ ;  $M_{N_2} = 28 \frac{g}{mol}$ ).
- e) (2 Punkte) Kann in einem geschlossenen System ein irreversibler Prozess ablaufen, ohne dass die Entropie des Systems zunimmt? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe einer Gleichung.
- f) (2 Punkte) Geben Sie ein Beispiel für Energieformen, bei denen *I*) Energie und Exergie gleich groß sind oder *II*) Energie und Anergie gleich groß sind.
- g) (1 Punkt) Weshalb hat der Carnot-Prozess in der Thermodynamik einen hohen Stellenwert?
- h) (1 Punkt) Ist der Realgasfaktor  $Z$  für ein ideales Gas abhängig vom Druck?
- i) (2 Punkte) Lässt sich die innere Energie  $U$  eines Gases in einem geschlossenen, adiabaten System verringern? Begründen Sie Ihre Antwort.
- j) (2 Punkte) Zeichnen Sie für ein ideales Gas eine isobare Wärmezufuhr in ein  $T,v$  - Diagramm.

## 2. Aufgabe: Stationärer Fließprozess (17 Punkte)

Ein Strom **trockener** Luft (Zustand 1) wird in einer realen Turbine entspannt (Zustand 2). Anschließend wird die thermische Leistung  $\dot{Q}_{23}$  abgeführt. Zur weiteren Abkühlung des Luftstroms erfolgt die Zugabe des Wasserstroms  $\dot{m}_w$ .



### Annahmen und Angaben:

- Luft ist ein ideales Gas mit  $c_p = 1,0 \text{ kJ}/(\text{kgK})$ ,  $M_L = 28,84 \text{ kg}/\text{kmol}$
- Differenzen potentieller und kinetischer Energie können vernachlässigt werden. Es handelt sich um einen stationären Fließprozess.
- $\dot{m}_{Luft} = 1 \text{ kg}/\text{s}$ ,  $p_1 = 3 \text{ bar}$ ,  $t_1 = 250^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = p_3 = p_4 = 1 \text{ bar}$ ,  $t_3 = 50^\circ\text{C}$ ,  $t_4 = 25^\circ\text{C}$ ,  $t_w = 0^\circ\text{C}$ ,  $x_1 = 0$

### Aufgaben:

- (2 Punkte)** Zeigen Sie, dass bei den gegebenen Stoffwerten das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten  $\kappa$  den Wert 1,4 annimmt.
- (6 Punkte)** Berechnen Sie die Temperatur am Turbinenaustritt  $T_{2,isentrop}$  für den Fall einer isentropen Expansion und  $T_{2,real}$  für den Fall, dass der isentrope Wirkungsgrad der Turbine  $\eta_{S,T} = 85\%$  beträgt.

*Hinweis: Die folgenden Aufgabenteile können unabhängig von den vorherigen gelöst werden. Verwenden Sie das  $h_{1+x},x$  - Diagramm.*

- (3 Punkte)** Bestimmen Sie die relative Luftfeuchtigkeit  $\varphi_4$  im Zustandspunkt 4 und den Wassermassenstrom  $\dot{m}_w$ .
- (2 Punkte)** Wie groß ist der maximale Wasserstrom  $\dot{m}_{w,max}$  der zugeführt werden kann, ohne dass sich eine flüssige Phase bildet? Wie groß ist in diesem Fall  $T_4$ ?
- (4 Punkte)** Kann auch eine Abkühlung des Luftstromes erreicht werden, wenn statt des Wassers gesättigter Wasserdampf bei einem Druck von  $p = 1 \text{ bar}$  zugeführt wird? Begründen Sie Ihre Antwort. Zeichnen Sie die zugehörige Mischungsgerade in das  $h_{1+x},x$  - Diagramm ein.



### 3. Aufgabe: Dampfkraftprozess (22 Punkte)

In einem Teil eines Dampfkraftprozesses erfährt ein Dampfmassenstrom  $\dot{m}$  folgende Zustandsänderungen:

1 → 2 isenthalpe Drosselung

2 → 3 isobare Wärmezufuhr

3 → 4 isentrope Expansion

4 → 5 isobare Kondensation

Zustand	t [°C]	p [bar]	x [-]	h [ $\frac{kJ}{kg}$ ]	s [ $\frac{kJ}{kg K}$ ]
1	500	200	—		
2		100	—		
3			—		
4		3	1		

#### Annahmen und Angaben:

- $\dot{m} = 120 \text{ kg/s}$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$
- Es handelt sich um einen stationären Fließprozess.
- Die Drosselung und Expansion sind adiabat.
- Differenzen kinetischer und potentieller Energien können vernachlässigt werden.

**Hinweis:** Verwenden Sie Ihr  $h,s$ -Diagramm und die Wasserdampf tabel aus der Formelsammlung.

#### Aufgaben:

- (1 Punkt) Zeichnen Sie ein Fließbild des beschriebenen Prozesses.
- (1 Punkt) Zeigen Sie, dass eine Drosselung unter Berücksichtigung der oben genannten Annahmen isenthalp verläuft.
- (6 Punkte) Ergänzen Sie die fehlenden Zustandsgrößen in der obigen Tabelle.

**Hinweis:** Treffen Sie ggf. plausible Annahmen, um weiterrechnen zu können.

- (3 Punkte) Berechnen Sie die Exergievernichtung  $\dot{E}_{D,12}$  bei der Drosselung.
- (2 Punkte) Wie groß ist die thermodynamische Mitteltemperatur bei der Wärmezufuhr  $T_{m,23}$ ?
- (4 Punkte) Berechnen Sie den abgeführten Wärmestrom  $\dot{Q}_{45}$  für den Fall, dass  $x_5 = 0,5$  beträgt.
- (5 Punkte) Skizzieren Sie den beschriebenen Prozess (1 → 5) in einem  $T,s$ -Diagramm mit Naßdampfgebiet und nummerieren Sie die Eckpunkte.

## 4. Aufgabe: Carnot-Prozess mit idealem Gas (21 Punkte)

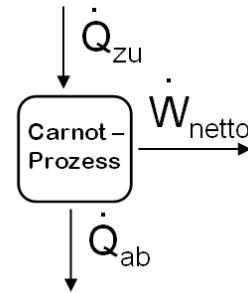
Der in einem geschlossenen System ablaufende Carnot-Prozess (rechtslaufend) setzt sich aus zwei isothermen und zwei isentropen Zustandsänderungen zusammen.

1 → 2 adiabat reversible Verdichtung

2 → 3 isotherme Wärmezufuhr

3 → 4 adiabat reversible Expansion

4 → 1 isotherme Wärmeabfuhr



### Annahmen und Angaben:

- Das Arbeitsmedium Stickstoff ( $N_2$ ) kann als ideales Gas betrachtet werden.
- $M_{N_2} = 28 \frac{\text{kmol}}{\text{kg}}$ ,  $c_v = 0,872 \text{ kJ}/(\text{kgK})$ ,  $\kappa = 1,34$
- $T_1 = 600 \text{ K}$ ,  $T_2 = T_3 = 1000 \text{ K}$
- $p_2 = 15 \text{ bar}$ ,  $p_3 = 2 \text{ bar}$
- $v_2 = 0,000198 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $v_3 = 0,001485 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $v_4 = 0,00668 \text{ m}^3/\text{kg}$
- Differenzen kinetischer und potentieller Energien können vernachlässigt werden.

### Aufgaben:

- (3 Punkte)** Leiten Sie aus der Energie- und Entropiebilanz den Carnot-Wirkungsgrad  $\eta_c = \frac{-w_{\text{netto}}}{q_{zu}} = (1 - \frac{T_{41}}{T_{23}})$  her.
- (2 Punkte)** Skizzieren Sie den Carnot-Prozess in einem  $T,s$  - Diagramm und nummerieren Sie die Zustandspunkte. Schraffieren Sie die Fläche, die  $q_{zu}$  entspricht.
- (7 Punkte)** Bestimmen Sie  $p_1$ ,  $v_1$ ,  $T_4$  und  $p_4$ .
- (9 Punkte)** Bestimmen Sie die zu- oder abgeführten spez. Wärmen und Arbeiten bei den Zustandsänderungen von  $1 \rightarrow 2$  und  $2 \rightarrow 3$  ( $q_{12}$ ,  $w_{12}$ ,  $q_{23}$ ,  $w_{23}$ ).