Musterlösung

Aufgabe 1: Theorie .... 30 Punkte

(a) **(2 Punkte)** In einen Mischer treten drei Ströme ein. Diese haben die Massenströme $\dot{m}_1 = 1\,\mathrm{kg/s}$, $\dot{m}_2 = 2\,\mathrm{kg/s}$ und $\dot{m}_3 = 2\,\mathrm{kg/s}$. Am Austritt wird ein Massenstrom $\dot{m}_4 = 4\,\mathrm{kg/s}$ bestimmt. Zeigen Sie, ob das System als stationär oder instationär betrachtet werden muss.

Es gilt:

$$\frac{dm}{d\tau} = \sum_i \dot{m}_i$$

Es folgt entsprechend, dass der Prozess instationär sein muss :

$$\sum_i \dot{m}_i = 1\,\mathrm{kg/s}$$

(b) **(3 Punkte)** In einem geschlossenen System befindet sich ein ideales Gas. Dieses soll von T_1 auf T_2 erwärmt werden. Der Prozess kann entweder isochor oder isobar durchgeführt werden. In welchem Fall ist die zugeführte Wärmemenge Q_{12} größer? Begründen Sie ihre Antwort.

Für den isochoren Prozess gilt:

$$Q_{12,v} = mc_v\,(T_2 - T_1)$$

Für den isobaren Prozess gilt

$$Q_{12,p} = mc_v\,(T_2 - T_1) + p\,(V_2 - V_1) = mc_p\,(T_2 - T_1) \rightarrow$$

Es folgt:

$$Q_{12,p} > Q_{12,v}$$

(c) **(2 Punkte)** Kann sich die Entropie eines adiabaten, geschlossenen Systems verringern? Begründen Sie ihre Antwort.

Entropiebilanz für das adiabate, geschlossene System:

$$\frac{dS}{d\tau} = \dot{S}_{\mathrm{gen}}$$

Damit kann die Entropie nur zunehmen!

$$\frac{dS}{d\tau} > 0$$

(d) **(2 Punkte)** Zwischen zwei Systemen I und II kann stationär Energie in Form von Wärme übertragen werden. Die jeweiligen Systemgrenzen besitzen die Temperaturen T_{I} und T_{II}. Es gilt $T_{\mathrm{II}} > T_{\mathrm{I}}$. In welche Richtung wird die Wärme übertragen? Begründen Sie ihre Antwort.

Aussage, dass nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik, Wärme nur vom warmen zum kalten Reservoir fließen kann.

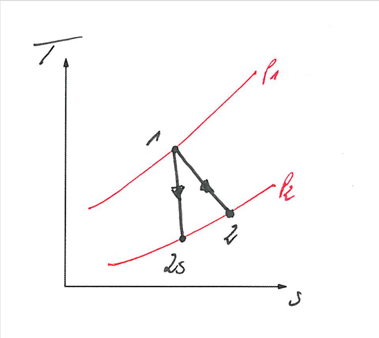
Entropiebilanz um die Verbindung:

$$0 = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{I}}}{T_{\mathrm{I}}} + \frac{\dot{Q}_{\mathrm{II}}}{T_{\mathrm{II}}} + \dot{S}_{\mathrm{gen}}$$

Da beide Wärmeströme gleich groß sind, kann Wärme nur von II nach I fließen:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{Q}_{\text{I}} \underbrace{\left(\frac{1}{T_{\text{II}}} - \frac{1}{T_{\text{I}}}\right)}_{<0} \quad \text{mit} \quad \dot{Q}_{\text{I}} < 0$$

(e) **(3 Punkte)** Zeichnen Sie den Verlauf einer adiabat, reversiblen Entspannung für ein ideales Gas (mit konstanter Wärmekapazität) in ein T, s-Diagramm mit den dazugehörigen Isobaren ein. Zeichnen Sie anschließend den Verlauf einer adiabat, irreversiblen Entspannung ein. Definieren Sie abschließend den dazugehörigen isentropen Wirkungsgrad $\eta_{s,T}$.



Isentrope Zustandsänderung
Reale Zustandsänderung
$\eta_{s,T} = \frac{\dot{W}_{12}}{\dot{W}_{12s}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1}$

(f) **(3 Punkte)** Leiten Sie die maximale Leistungszahl LZ_{WP} einer Wärmepumpe in Abhängigkeit der Temperaturen der beiden Wärmereservoirs her.

$$LZ_{\text{WP}} = \frac{\left|\dot{Q}_{\text{ab}}\right|}{\dot{W}_{\text{zu}}} = \frac{\left|\dot{Q}_{\text{ab}}\right|}{-\left(\dot{Q}_{\text{ab}} + \dot{Q}_{\text{zu}}\right)}$$

Unter Berücksichtigung der Entropiebilanz, folgt unter Beachtung der Vorzeichenkonvention:

$$\dot{Q}_{\text{zu}} = -\dot{Q}_{\text{ab}} \frac{T_{\text{zu}}}{T_{\text{ab}}} \rightarrow LZ_{\text{WP,max}} = \frac{T_{\text{ab}}}{T_{\text{ab}} - T_{\text{zu}}}$$

Alternativ über den exergetischen Wirkungsgrad:

$$\varepsilon_{\text{WP,max}} \overset{!}{=} 1 = \frac{(1 - \frac{T_0}{T_{\text{ab}}}) \left|\dot{Q}_{\text{ab}}\right|}{\dot{W}_{\text{zu}}}$$

$$\varepsilon_{\text{WP,max}} = (1 - \frac{T_0}{T_{\text{ab}}}) LZ_{\text{WP}}$$

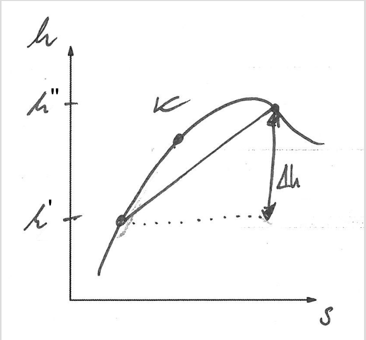
Mit $T_0 = T_{\text{zu}}$ folgt:

$$LZ_{\text{WP,max}} = \frac{T_{\text{ab}}}{T_{\text{ab}} - T_{\text{zu}}}$$

(g) **(1 Punkt)** Kann ein reiner, realer Stoff gleichzeitig fest, flüssig und dampfförmig vorliegen? Begründen Sie ihre Antwort.

Im Tripelpunkt liegen alle drei Phasen gleichzeitig vor.

(h) **(3 Punkte)** Zeichnen Sie für Wasser ein h, s-Diagramm mit Nassdampfgebiet und markieren Sie den kritischen Punkt K. Kennzeichnen Sie anschließend die Verdampfungsenthalpie $r = h'' - h'$ im Diagramm. Wie ändert sich die Verdampfungsenthalpie mit steigendem Druck?



Kurvenverlauf
Enthalpiedifferenz
Verdampfungsenthalpie wird kleiner

(i) **(3 Punkte)** Toluol (C_7H_8) wird überstöchiometrisch verbrannt. Die Luftzahl λ beträgt 2. Bestimmen Sie die stöchiometrischen Koeffizienten, wenn das Verhältnis von Stickstoff und Sauerstoff im Oxidator (mit Sauerstoff angereicherte Luft) mit $y_{\mathrm{Ox,N_2}}/y_{\mathrm{Ox,O_2}} = 1$ gegeben ist.

$$\mathrm{C_7H_8} + \alpha \mathrm{O_2} + \beta \mathrm{N_2} \longrightarrow \gamma \mathrm{CO_2} + \delta \mathrm{H_2O} + \varepsilon \mathrm{O_2} + \zeta \mathrm{N_2}$$

Für die Reaktionsgleichung ergibt sich:

$$\mathrm{C_7H_8} + 18\,\mathrm{O_2} + 18\,\mathrm{N_2} \longrightarrow 7\,\mathrm{CO_2} + 4\,\mathrm{H_2O} + 9\,\mathrm{O_2} + 18\,\mathrm{N_2}$$

$\alpha = 18; \varepsilon = 9$

$\gamma = 7; \delta = 4$

$\beta = 18; \zeta = 18$

(j) **(3 Punkte)** Ein Brennstoff soll mit Luft isobar verbrannt werden. Wie ändert sich die adiabate Verbrennungstemperatur mit der Luftzahl λ, wenn Temperatur und Druck der Edukte (Brennstoff und Luft) mit $T = 25\,°\mathrm{C}$ und $p = 1\,\mathrm{bar}$ konstant sind? Nutzen Sie zur Begründung eventuell eine stationäre Energiebilanz. Die Stoffe sind als ideale Gase zu betrachten.

Einfache Antwort: Aussage, dass ein Teil bei der Verbrennung freiwerdenden Energie wird dafür genutzt, die zusätzliche Luft zu erwärmen. Damit ist die Austrittstemperatur insgesamt geringer.

Alternativ: Die Energiebilanz liefert:

$$0 = \dot{m}_\mathrm{B} h_\mathrm{B} + \dot{m}_\mathrm{L} h_\mathrm{L} - \dot{m}_\mathrm{A} h_\mathrm{A}$$

Damit ergibt sich für die Enthalpie des Abgases:

$$h_\mathrm{A} = \frac{\dot{m}_\mathrm{B} h_\mathrm{B} + \dot{m}_\mathrm{L} h_\mathrm{L}}{\dot{m}_\mathrm{B} + \dot{m}_\mathrm{L}}$$

Unter Kenntnis der Stoffdaten ergibt sich $H_L \approx 0$:

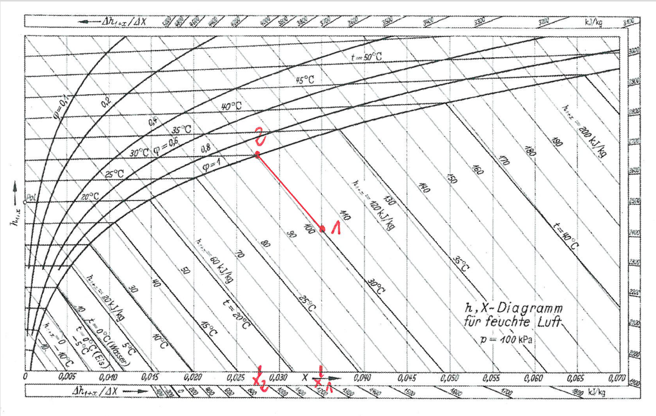
$$h_\mathrm{A} = \frac{\dot{m}_\mathrm{B}}{\dot{m}_\mathrm{B} + \dot{m}_\mathrm{L}} h_\mathrm{B}$$

Da h_B konstant ist und man $\dot{m}_B \ll \dot{m}_L$ annehmen kann, folgt die Abhängigkeit von $\dot{m}_\mathrm{L}$. Da $\dot{m}_\mathrm{L}$ von der Luftzahl abhängig ist, sinkt mit steigender Luftzahl also die Temperatur:

$$h_\mathrm{A}(T) \propto \frac{1}{\dot{m}_\mathrm{L}} \propto \frac{1}{\lambda}$$

(k) **(2 Punkte)** Aus einem Strom übersättigter, feuchter Luft wird das gesamte flüssige Wasser in einem Prozess isobar, isotherm abgeschieden ($1 \longrightarrow 2$). Die Temperatur t_1 beträgt $30\,°\mathrm{C}$ und der

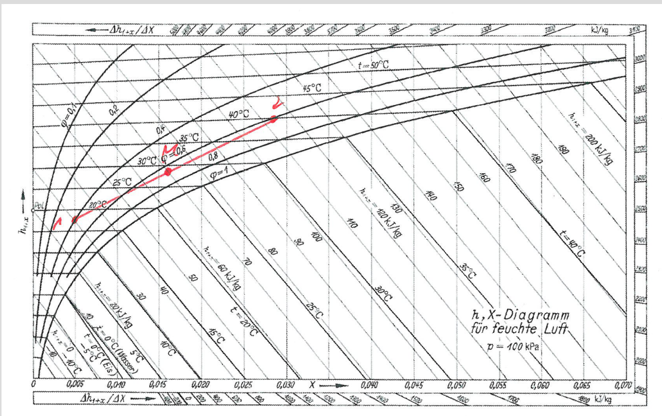
Wassergehalt x_1 ist 0,035. Tragen Sie die Zustandsänderung in das h_{1+x}, x-Diagramm ein. Wie groß ist der Wassergehalt x_2 und die relative Feuchte φ_2 im Zustand 2?



Einzeichnen ins Diagramm zeigt:

$$x_2 = x_{2,s} = 0,0275$$
$$\varphi_2 = 1$$

(l) **(3 Punkte)** Zwei ungesättigte Feuchtluftströme 1 und 2 werden isobar im Verhältnis 1:1 miteinander gemischt. Die dazugehörigen Temperaturen $t_1 = 12,5\,°\mathrm{C}$ und $t_2 = 40\,°\mathrm{C}$ als auch die Wassergehalte $x_1 = 0,005$ und $x_2 = 0,028$ sind bekannt. Zeichnen Sie den Prozess in ein h_{1+x}, x-Diagramm ein. Wie groß sind die resultierende Temperatur t_M und der Wassergehalt x_M des Mischungsstroms?

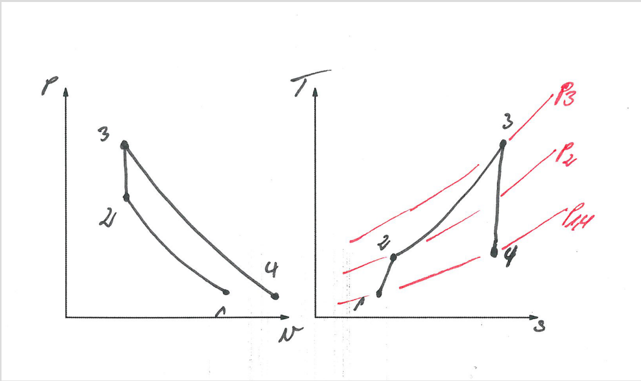


Einzeichnen ins Diagramm zeigt:

$$x_M \approx 0,0165$$
$$t_M \approx 27 - 28\,°\mathrm{C}$$

Aufgabe 2: Ideales Gas .... 20 Punkte

(a) **(4 Punkte)** Stellen Sie den Gesamtprozess (1-2-3-4) jeweils in einem p, v und in einem T, s-Diagramm dar. Zeichnen Sie im T, s-Diagramm zusätzlich den Verlauf der verschiedenen Isobaren ein.



Zustandsänderungen
Verlauf der Isobaren

(b) **(2 Punkte)** Bestimmen Sie den Volumenstrom $\dot{V}_1$ am Verdichtereintritt.

Zustandsgleichung des idealen Gas:

$$p_1 \dot{V}_1 = \dot{m} R T_1$$

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{m} \bar{R} T_1}{p_1 M} = \frac{21,5\,\mathrm{kg/s} \cdot 8,314\,\mathrm{kJ/kmolK} \cdot 298,15\,\mathrm{K}}{1,00\,\mathrm{bar} \cdot 28,96\,\mathrm{kg/kmol}} = \underline{18,40\,\mathrm{m^3/s}}$$

(c) **(2 Punkte)** Wie groß ist die Verdichteraustrittstemperatur $T_{2,s}$, wenn der Verdichter reversibel arbeitet?

Isentrope Zustandsänderung:

$$T_1 p_1^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_{2,s} p_2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$T_{2,s} = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$T_{2,s} = 298,15\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{1}{7,90}\right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} = \underline{538,15\,\mathrm{K}}$$

(d) **(4 Punkte)** Wie groß ist die tatsächliche Austrittstemperatur T_2, wenn der Verdichter einen isentropen Wirkungsgrad $\eta_{s,V}$ aufweist? Wie groß ist die dazugehörige Verdichterleistung $\dot{W}_{12}$?

Für die tatsächliche Austrittstemperatur muss der isentrope Wirkungsgrad berücksichtigt werden:

$$\eta_{s,V} = \frac{\dot{W}_{12,s}}{W_{12}}$$

Mit der Energiebilanz für den Verdichter:

$$\dot{W}_{12} = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{m} c_p \left(T_2 - T_1\right)$$

folgt:

$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2,s} - T_1}{\eta_{V,s}} = 298,15\,\mathrm{K} + \frac{538,15\,\mathrm{K} - 298,15\,\mathrm{K}}{0,8} = \underline{598,15\,\mathrm{K}}$$

Damit ergibt sich eine Verdichterleistung von:

$$\dot{W}_{12} = 21,5\,\mathrm{kg/s} \cdot 1\,\mathrm{kJ/kgK} \cdot (598,15 - 298,15)\,\mathrm{K} = \underline{6450\,\mathrm{kW}}$$

(e) **(3 Punkte)** Welcher Wärmestrom $\dot{Q}_{23}$ wird benötigt?

Die Energiebilanz um den Wärmeübertrager liefert:

$$\dot{Q}_{23} = \dot{m}\,(h_3 - h_2) = \dot{m}c_p\,(T_3 - T_2)$$

Da die Temperatur T_3 noch unbekannt ist, muss diese über die isochore Zustandsänderung und der Zustandsgleichung des idealen Gases ermittelt werden:

$$v_2 = v_3 \rightarrow \frac{T_2}{p_2} = \frac{T_3}{p_3}$$

$$T_3 = 598,15\,\mathrm{K} \cdot \frac{11,40\,\mathrm{bar}}{7,90\,\mathrm{bar}} = 863,15\,\mathrm{K}$$

Damit folgt:

$$\dot{Q}_{23} = 21,5\,\mathrm{kg/s} \cdot 1\,\mathrm{kJ/kgK} \cdot (863,15 - 598,15)\,\mathrm{K} = \underline{5697\,\mathrm{kW}}$$

Wenn Sie die vorige Teilaufgabe nicht lösen konnten, so rechnen Sie mit $\dot{Q}_{23} = 7500\,kW$ weiter.

(f) **(2 Punkte)** Wie groß ist der energetische Wirkungsgrad η_{ges} des Gesamtprozesses?

Die Definition des Wirkungsgrads lautet:

$$\eta_{\mathrm{ges}} = \frac{\left|\dot{W}_{\mathrm{net}}\right|}{\dot{Q}_{23}}$$

$$\eta_{\mathrm{ges}} = \frac{2849\,\mathrm{kW}}{5697\,\mathrm{kW}} = \underline{0,50} \qquad (\eta_{\mathrm{ges}} = 0,38)$$

(g) **(3 Punkte)** Bestimmen Sie die Exergievernichtung $\dot{E}_{\mathrm{D,ges}}$ des Gesamtprozesses, wenn die thermodynamische Temperatur der Wärmezufuhr mit $T_{\dot{Q},23}$ gegeben ist. Welche Ursachen sind dafür verantwortlich?

Exergiebilanz für den Gesamtprozess:

$$0 = \left(1 - \frac{T_0}{T_{\dot{Q},23}}\right)\dot{Q}_{23} + \dot{W}_{\mathrm{net}} + \dot{m}e_1 - \dot{m}e_4 - \dot{E}_{\mathrm{D,ges}}$$

$$\dot{E}_{\mathrm{D,ges}} = \left(1 - \frac{298,15}{1600}\right) \cdot 5697\,\mathrm{kW} - 2,849\,\mathrm{MW} + 21,5\,\mathrm{kg/s}\,(0 - 22,87)\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$\dot{E}_{\mathrm{D,ges}} = \underline{1294,9\,\mathrm{kW}} \qquad \left(\dot{E}_{\mathrm{D,ges}} = 2761,7\,\mathrm{kW}\text{ bzw. }958,7\,\mathrm{kW}\text{ bilanzabhängig}\right)$$

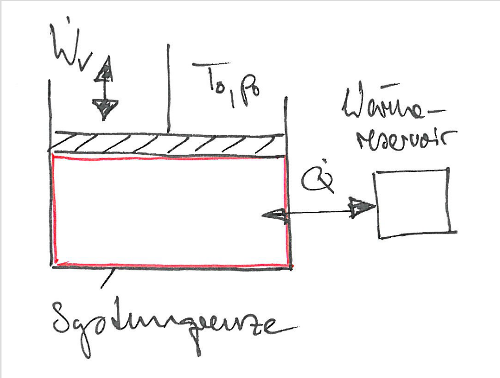
Ursachen:

Fluidreibung, Wärmeübertragung bei endlichen Temperaturdifferenzen

keine Punkte bei „Irreversibilitäten“

Aufgabe 3: Reale Stoffe . . . . 10 Punkte

(a) **(1 Punkt)** Skizzieren Sie das System und tragen Sie wichtige Informationen ein. Markieren Sie die von ihnen gewählte Systemgrenze.



Skizze muss erklärend sein
Systemgrenze muss richtig gewählt werden

(b) **(2 Punkte)** Bestimmen Sie die Wassermasse m_W im Zylinder.

Definition des spezifischen Volumens:

$$v_1 = \frac{V_\mathrm{Zylinder}}{m_\mathrm{W}} \longrightarrow m_\mathrm{W} = \frac{V_\mathrm{Zylinder}}{v_1}$$

Volumen eines Zylinders:

$$V_\mathrm{Zylinder} = \frac{\pi}{4} d_\mathrm{K}^2 \cdot z_1$$

$$m_\mathrm{W} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (5\,\mathrm{cm})^2 \cdot 15\,\mathrm{cm}}{0,2060\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}} = \underline{0,00143\,\mathrm{kg}}$$

(c) **(2 Punkte)** Wie groß ist die Änderung der inneren Energie ΔU_{12}?

Da keine weiteren Informationenen verfügbar sind, Energiebilanz für die Zustandsänderung 1-2:

$$\frac{dU}{d\tau} = \frac{dQ}{d\tau} + \frac{dW_\mathrm{V}}{d\tau}$$

Volumenänderungsarbeit tritt nicht auf:

$$\frac{dW_\mathrm{V}}{d\tau} = 0$$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} = \underline{1,025\,\mathrm{kJ}}$$

(d) **(3 Punkte)** Welche Temperatur t_2 stellt sich im Zustand 2 ein?

Der Punkt ist nicht genau bestimmbar im Diagramm, da die Isochore nicht verfügbar ist, daher wird hier die Änderung der Enthalpie genutzt:

$$H = U + pV$$

Als intensive Zustandsgröße:

$$\Delta h_{12} = \Delta u_{12} + (p_2 - p_1)\, v_1$$

$$h_2 = h_1 + \frac{\Delta U_{12}}{m_\mathrm{W}} + (p_2 - p_1)\, v_1$$

h_1 aus dem h,s-Diagramm:

$$h_1 = 2828\,\mathrm{kJ/kg}$$

Damit folgt für die spez. Enthalpie h_2:

$$h_2 = 2828\,\mathrm{kJ/kg} + \frac{1,025\,\mathrm{kJ}}{0,00143\,\mathrm{kg}} + (20\,\mathrm{bar} - 10\,\mathrm{bar}) \cdot 0,2060\,\mathrm{m^3/kg}$$

$$h_2 = \underline{3750,8\,\mathrm{kJ/kg}}$$

Damit kann im Diagramm die Temperatur bestimmt werden:

$$t_2 = \underline{627\,^\circ\mathrm{C}}$$

(e) **(2 Punkte)** Wie groß ist die Änderung der Entropie Δs_{23}? Ist der Vorgang reversibel? Begründen Sie ihre Antwort.

Die Änderung der Entropie kann mit dem h,s-Diagramm bestimmt werden:

$$\Delta s_{23} = s_3 - s_2 = 8,035\,\mathrm{kJ/kgK} - 7,773\,\mathrm{kJ/kgK} = \underline{0,262\,\mathrm{kJ/kgK}}$$

Ob der Vorgang reversibel ist, kann über die Entropieproduktion aus der Entropiebilanz bestimmt werden:

$$\frac{dS}{d\tau} = \frac{1}{T}\frac{dQ}{d\tau} + \frac{dS_{\mathrm{gen}}}{d\tau}$$

Da der Vorgang adiabat ist, ist die Zustandsänderung 2-3 irreversibel.

$$S_{\mathrm{gen},23} = \Delta S_{23} > 0$$