

2. Differenzierbarkeit:

$\exists A \in \mathbb{R}^{m,m}$  für  $f: G \rightarrow \mathbb{R}^m$ ,  $G \subset \mathbb{R}^n$  offen mit

$$f(\vec{x} + \Delta \vec{x}) \approx f(\vec{x}) + A \cdot \Delta \vec{x} \quad , \quad \frac{\| \text{Fehler} \|}{\| \Delta \vec{x} \|} \xrightarrow{\Delta \vec{x} \rightarrow \vec{0}} 0$$

$$\text{Fehler} = f(\vec{x} + \Delta \vec{x}) - f(\vec{x}) - A \cdot \Delta \vec{x}$$

Sandwich-Lemma

positiv definit: alle Eigenwerte positiv bzw. H.M. alle positiv

negativ definit: alle EW negativ bzw. Hauptminoren 1. neg. dann abwechselnd

indefinit: weder noch bzw. Hauptminoren alle  $\leq 0$

quadratische Form von B a.1)  $\vec{x}^T \cdot B \cdot \vec{x} = (x, y) \cdot B \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$$\text{grad}(a) = \frac{\partial}{\partial r} a \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} a \vec{e}_\varphi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} a \cdot \vec{e}_\vartheta \quad \leftarrow \text{K/L}$$

$$\text{div}(\vec{v}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \cdot v_r) + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} v_\varphi + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (v_\vartheta \cdot \sin \vartheta)$$

$$\text{rot}(\vec{v}) = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\vartheta}{\partial \varphi} - \frac{\partial v_\varphi}{\partial \vartheta} \right) \vec{e}_r + \left( \frac{\partial v_r}{\partial \vartheta} - \frac{\partial v_\vartheta}{\partial r} \right) \vec{e}_\vartheta + \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} v_\varphi \right) \vec{e}_\varphi \quad \leftarrow \text{Z/L}$$