

# Algorithmische Einführung ins Automata Learning

Wolffhardt Schwabe

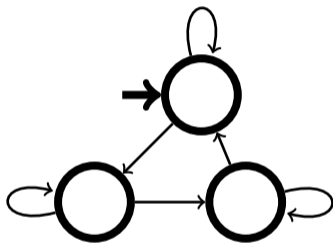
1. Februar 2024



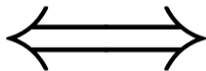
# Überblick

- 1 Motivation
- 2 Grundlagen
- 3 Lernalgorithmen
- 4 Optimierungen
- 5 Praxis
- 6 Ausblick
- 7 Zusammenfassung

# Software Engineering



Spezifikation  
(Modell)



Executable  
(Blackbox)

# Problem: Fehlender Quellcode

- Legacy-Software
- Manchmal fehlt sogar Spezifikation (oder ist unvollständig):
  - Unzureichend dokumentierte Third-Party-Komponenten
  - Allgemein: Reverse Engineering



Idee:

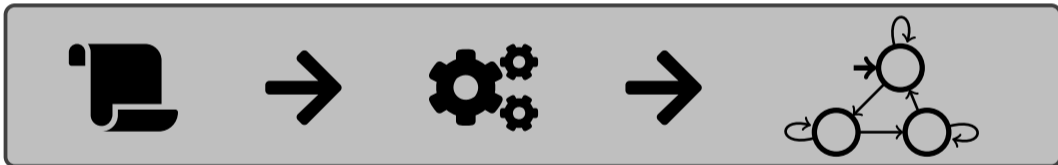
Konstruiere Verhaltensmodell durch Beobachtung  
der Ein- und Ausgaben des ausgeführten Systems

⇒ **Automata Learning**

# Variante 1: Passives Lernen

Idee:

- Analysiere vorhandene Logs von Ein- und Ausgaben
- Extrapoliere Daten zu minimalem kompatiblen Modell (*evt. mehrdeutig!*)  
⇒ **Occam's Razor**: Datenlücke wächst mit Modellkomplexität



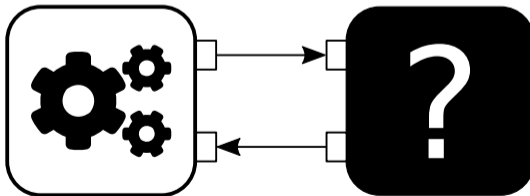
Nachteile:

- Daten liegen nicht immer vor
- Datenqualität limitiert Modellqualität  
⇒ Wichtige Edge Cases fehlen potenziell

## Variante 2: Aktives Lernen

Bilde Modell durch Interaktion mit *System under Learning* (SUL):

- Starte ohne Annahmen über das Systemverhalten
- Schließe Wissenslücken durch strukturierte Systemausführung
  - Wähle nächste Eingabe jeweils abhängig von bisherigen Ein- und Ausgaben
  - Iterative Vervollständigung des Modells



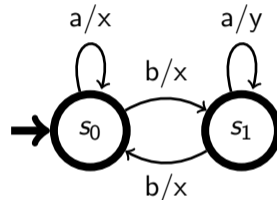
# Voraussetzungen

- Programm isoliert ausführbar
- Programmzustand zurücksetzbar
- Ein-/Ausgabe-Schnittstelle bekannt
- Programmlogik mit ausgewählter Modellklasse beschreibbar
  - Jeder Input produziert immer genau einen Output
  - Zeitliche Abstände der Inputs egal
  - Verhalten ist deterministisch
  - Endlicher Zustandsraum

# Mealy-Maschinen: Syntax

Mealy-Maschine  $\mathcal{M} = (S, s_0, \mathcal{I}, \mathcal{O}, \delta, \lambda)$ :

- Zustandsmenge  $S$
- Startzustand  $s_0 \in S$
- Eingabemenge  $\mathcal{I}$
- Ausgabemenge  $\mathcal{O}$
- Übergangsfunktion  $\delta : S \times \mathcal{I} \rightarrow S$
- Ausgabefunktion  $\lambda : S \times \mathcal{I} \rightarrow \mathcal{O}$



Für Anzahl von Zuständen  $n$ , Eingaben  $p$  und Ausgaben  $q$ :

⇒  $\mathcal{O}((np)^{nq})$  mögliche Modelle

⇒ Modellraum ist abzählbar



# Mealy-Maschinen: Semantik

- Erweiterung der Ausgabefunktion:  $\lambda^* : S \times \mathcal{I}^* \rightarrow O^*$

$$\lambda^*(s, a \cdot v) = \lambda(s, a) \cdot \lambda^*(\delta(s, a), v)$$

$$\lambda^*(s, \varepsilon) = \varepsilon$$

- Verhalten der Maschine für  $w \in \mathcal{I}^*$ :  $\mathcal{M}(w) = \lambda^*(s_0, w)$

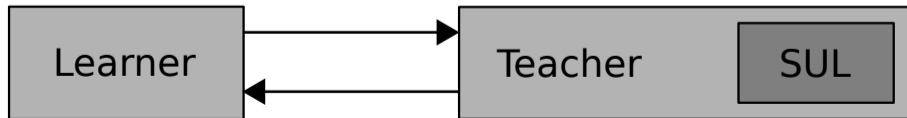
Äquivalenz zweier Maschinen  $\mathcal{M}_1 \approx \mathcal{M}_2$ :

- $\mathcal{I}_{\mathcal{M}_1} = \mathcal{I}_{\mathcal{M}_2} = \mathcal{I}$
- $\mathcal{M}_1(w) = \mathcal{M}_2(w) \quad \forall w \in \mathcal{I}^*$

**Minimalität:** Keine äquivalente Maschine mit weniger Zuständen

# MAT-Framework [1]

- Algorithmisches Framework von Dana Angluin<sup>1</sup>: **Minimally Adequate Teacher**  
→ Wesentlicher Meilenstein
- Zweiteilt Lernproblem:
  - 1 Aufbau einer Hypothese
  - 2 Prüfen und Widerlegen der Hypothese
- Lernprozess als Kommunikation zwischen *Learner* und *Teacher*  
→ Learner interagiert mit Zielsystem nur indirekt



<sup>1</sup>D. Angluin. *Learning Regular Sets from Queries and Counterexamples*. *Information and Computation* 75, Academic Press 1987, pp. 87–106.

# MAT-Framework [2]

Definition: SUL implementiert minimale Mealy-Maschine  $\mathcal{M}$

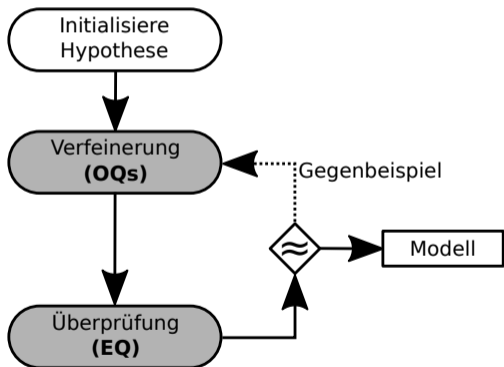
Teacher beantwortet zwei Arten von Anfragen:

- **Output Query (OQ):**  
Liefert  $\mathcal{M}(w)$  für  $w \in \mathcal{I}_{\mathcal{M}}^*$
- **Equivalence Query (EQ):**  
Für eine Mealy-Maschine  $\mathcal{H}$ , sagt ob  $\mathcal{H} \approx \mathcal{M}$   
→ Falls nein, liefert  $w \in \mathcal{I}_{\mathcal{M}}^*$  mit  $\mathcal{H}(w) \neq \mathcal{M}(w)$  (*Gegenbeispiel*)

⇒ Teacher dient als Orakel

# MAT-Framework [3]

## Lernschleife:



## Regel für Learner:

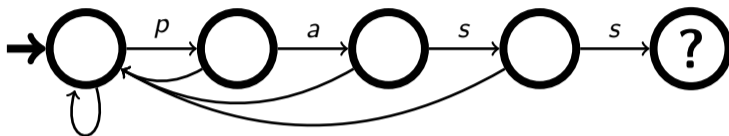
Hypothese vor jeder EQ eindeutig minimal

⇒ Streng monotonen Wachstum

⇒ Konvergenz zu korrektem Modell

+ Terminierung der Schleife

# Grenzen der Erlernbarkeit



- Für **begrenzte** Zustands- und Eingabemenge:  
**endliche**, aber **exponentielle** Anzahl von Kombinationen  
⇒ Äquivalenzprüfung für Blackbox braucht Exponentialzeit<sup>2</sup>
- In der Praxis gibt es nicht mal obere Schranke  
→ Lernen ohne Korrektheitsgarantie
- Ergebnisse trotzdem nützlich, z.B. zum Finden reproduzierbarer Fehler

<sup>2</sup>D. Peled, M.Y. Vardi und M. Yannakakis. *Black Box Checking*. PSTV 1999, FORTE 1999, pp 225–240.

# Diskriminatoren

- Gleiche Input-Sequenz führt immer zu gleichem Zustand
- Wie können wir Zustände einer Blackbox unterscheiden?  
→ Einziges Kriterium sind die Ausgaben

Nerode-Kongruenz definiert Äquivalenz von Zuständen:

$$\forall s_x, s_y \in S : s_x \sim_{\mathcal{M}} s_y \iff \forall w \in \mathcal{I}^* : \lambda^*(s_x, w) = \lambda^*(s_y, w)$$

⇒ Für zwei unterschiedliche Zustände gibt es immer mind. einen **Diskriminator**  
(Suffix, der jeweils unterschiedliche Ausgaben produziert)

# EQs in der Praxis

- Blackbox gilt auch für Teacher  
→ Approximation durch differenzielles Testen
- Verschiedene Strategien möglich<sup>3</sup>:
  - Zufällige Wörter (mit Maximallänge)
  - RandomWp:
    - 1 Nehme Präfix von zufälligem Zustand in  $\mathcal{H}$
    - 2 Hänge daran zufällige Sequenz
    - 3 Füge Diskriminator ans Ende  
⇒ Testet, ob Zielzustand der Zufallssequenz Erwartung entspricht
  - Viele andere Heuristiken (→ **Conformance Testing**)
- Testparameter (bspw. maximale Wortlänge und -anzahl) sind zielspezifisch  
⇒ Trade-Off: Performance vs. Accuracy

<sup>3</sup>B.K. Aichernig, M. Tappler und F. Wallner. *Benchmarking Combinations of Learning and Testing Algorithms for Active Automata Learning*. TAP 2020, LNCS 12165, pp. 3–22.

# Tabellenbasiertes Lernen<sup>4</sup>

Ziel: Lerne Mealy-Maschine  $\mathcal{M}$  über  $\mathcal{I}$

## Observation Table $\mathcal{T}$

- Jede Zeile hat einen Präfix  $u \in \mathcal{I}^*$
- Jede Spalte hat einen Suffix  $v \in \mathcal{I}^*$
- Jede Zelle  $(u, v)$  enthält die  $|v|$  letzten Symbole von  $\mathcal{M}(u \cdot v)$

## Closedness

- Sei  $\mathcal{U} = \mathcal{U}_S \cup \mathcal{U}_L$  die Präfixmenge und  $\mathcal{V}$  die Suffixmenge
  - $\mathcal{U}_S$  ist die präfixgeschlossene Menge der **Kurzpräfixe**
  - $\mathcal{U}_L = (\mathcal{U}_S \cdot \mathcal{I}) \setminus \mathcal{U}_S$  ist die Menge der **Langpräfixe**
- Tabelle ist geschlossen gdw.  $\forall u_L \in \mathcal{U}_L : [\exists u_S \in \mathcal{U}_S : \mathcal{T}(u_S) \equiv \mathcal{T}(u_L)]$

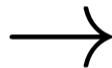
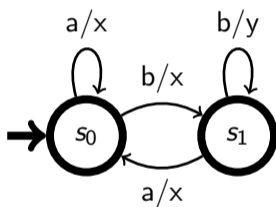
<sup>4</sup>M. Shahbaz und R. Groz. *Inferring Mealy Machines*. FM 2009, LNCS 5850, pp. 207–222.



# Table Closing

- Initial:  $\mathcal{U}_S = \{\varepsilon\}$ ,  $\mathcal{U}_L = \mathcal{I}$  und  $\mathcal{V} = \{a\}$  mit  $a \in \mathcal{I}$
- Solange  $\exists u_L \in \mathcal{U}_L : \mathcal{T}(u_L) \notin \mathcal{T}[\mathcal{U}_S]$ 
  - 1  $\mathcal{U}_S = \mathcal{U}_S \cup \{u_L\}$
  - 2  $\mathcal{U}_L = (\mathcal{U}_S \cdot \mathcal{I}) \setminus \mathcal{U}_S$
  - 3 Fülle fehlende Zellen durch **OQs**
- Intuition:
  - $\mathcal{T}[\mathcal{U}_S]$  charakterisiert Zustände
  - $\mathcal{T}[\mathcal{U}_L]$  identifiziert Transitionsziele

# Beispiel



|            | a | b |
|------------|---|---|
| $\epsilon$ | x | x |
| b          | x | y |
| a          | x | x |
| ba         | x | x |
| bb         | x | y |

# Hypothesenkonstruktion

Verschiedene Kurzpräfixe haben unterschiedliche Zeileninhalte

⇒ Jeder Kurzpräfix identifiziert eindeutigen Zustand in  $\mathcal{M}$



Geschlossene Tabelle definiert eindeutige Hypothese  $\mathcal{H}$ :

- Jeder Kurzpräfix entspricht einem Zustand und umgekehrt ( $s_0 \leftrightarrow \varepsilon$ )
- Transitionsziel für Eingabesymbol  $a$  in Zustand  $u_S$  ergibt sich aus  $\mathcal{T}(u_S \cdot a)$
- Zweite Tabelle für Transitionsausgaben  
→ speichert Ausgaben für alle  $u_S \cdot a \in \mathcal{U}_S \cdot \mathcal{I}$

# Hypothesenverfeinerung

Empfang von Gegenbeispiel  $g$  mit  $\mathcal{H}(g) \neq \mathcal{M}(g)$



- 1 Es gibt Zerlegung  $g = u \cdot v$ , wo Zustand  $u$  in  $\mathcal{H}$  für  $v$  falsche Ausgabe produziert
- 2  $\mathcal{V} = \mathcal{V} \cup \{v\}$  sorgt für ungeschlossene Tabelle
- 3 Erneutes Table Closing führt zu mind. einem neuen Zustand

Zerlegung kann per Trick auf binäre Suche reduziert werden!<sup>5</sup>

<sup>5</sup>R. L. Rivest und R. E. Schapire. *Inference of Finite Automata Using Homing Sequences*. STOC 21, ACM 1989, pp. 411–420.

# Komplexitätsmaß

- Laufzeit dominiert von Ausführung des SUL
- Komplexität misst Grad der Interaktion mit SUL:
  - **Query Complexity:** Anzahl der OQs  
→ erfasst konstanten Overhead
  - **Symbol Complexity:** Summe der Eingabelängen  
→ skaliert mit Ausführungsdauer
- Komplexität der EQs abhängig von Testalgorithmus
  - bei asymptotischer Analyse ausgeblendet
  - Praxis: Ermittlung der Gesamtkomplexität per Messung für konkrete Systeme

# Komplexität des Tabellen-Algorithmus

$n = |S_{\mathcal{M}}|$ ,  $c = |\mathcal{I}_{\mathcal{M}}|$ ,  $k =$  Länge des längsten Gegenbeispiels

- Bis zu  $n - 1$  Gegenbeispiele (1 pro neuem Zustand)

→ Analyse erfordert  $\mathcal{O}(n \log k)$  OQs

→  $|\mathcal{V}| \leq n$

- Tabelle:  $|\mathcal{U}_{\mathcal{S}}| = n$

→  $|\mathcal{U}_{\mathcal{L}}| \leq nc$

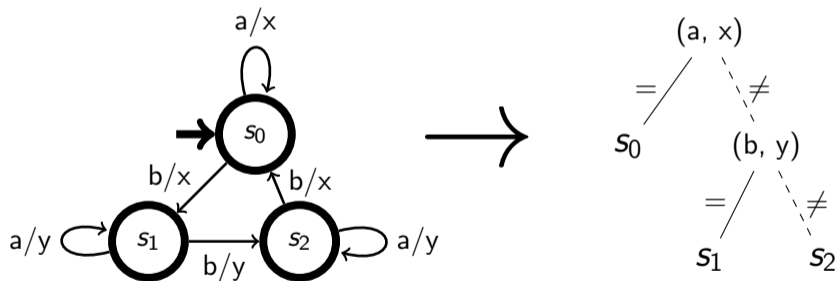
→  $\mathcal{O}(n^2c)$  OQs

- Transitionsausgaben:  $\mathcal{O}(nc)$  OQs

⇒ Insgesamt  $\mathcal{O}(n^2c + n \log k)$  OQs

# Baumbasiertes Lernen [1]

Dynamische Zustandsdiskriminierung<sup>6</sup> statt fixer Tabelle:



<sup>6</sup>M. Isberner, F. Howar und B. Steffen. *The TTT Algorithm: A Redundancy-Free Approach to Active Automata Learning*. RV 2014, LNCS 8734, pp. 307–322.

# Baumbasiertes Lernen [2]

- Transitionsziel von  $c \in \mathcal{I}_M$  in Zustand  $u \in \mathcal{I}_M^*$  bestimmen:
  - 1 Starte bei Wurzel
  - 2 Bei innerem Knoten  $(v, o)$ :
    - Erfrage  $\mathcal{M}(u \cdot c \cdot v)$  per OQ
    - Vergleiche Ausgabesuffix mit  $o$ , um Nachfolgeknoten zu bestimmen
  - 3 Erreichtes Blatt zeigt Zustand an
- Bei Gegenbeispiel muss Baum erweitert werden

⇒ Balancierter Baum ermöglicht logarithmischen Lookup

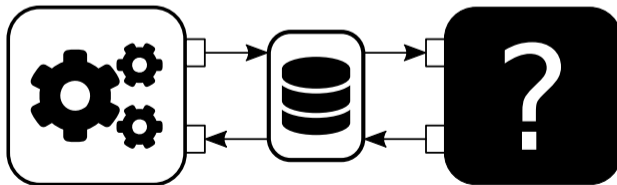


# Caching

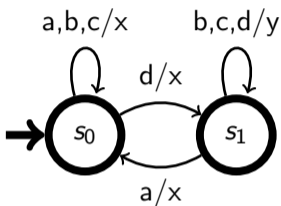
Sei  $u \cdot v \in \mathcal{I}_{\mathcal{M}}^*$  und  $\mathcal{M}(u \cdot v)$  aus vorheriger OQ bekannt

$\Rightarrow \mathcal{M}(u)$  ohne weitere OQ als Präfix ableitbar

$\longrightarrow$  Caching der OQs vermeidet redundante Ausführungen des SUL



# Alphabet Abstraction [1]



- Oft differenzieren Zustände nur einen Teil der Symbole  
→ Trotzdem müssen alle Transitionsziele und -ausgaben identifiziert werden
- In  $s_0$  und  $s_1$  würden jeweils zwei Stellvertreter-Symbole ausreichen  
→ Erfordert korrekte Zuordnung der anderen Symbole

## Alphabet Abstraction [2]

- Idee<sup>7</sup>: Beginne in jedem Zustand mit einem einzigen Symbol als Repräsentant
- Bei Gegenbeispiel:  
Prüfe bei jedem Symbol den Repräsentant auf abweichendes Verhalten im SUL  
→ Zustand erhält ggf. zusätzliches Repräsentantensymbol
- Abbildung von Symbolen auf Repräsentanten erfolgt per Kodierungsbaum (funktioniert ähnlich wie Diskriminierungsbaum)
- Abstraktion hat Overhead, reduziert in Praxis aber oft Gesamtkomplexität

<sup>7</sup>M. Isberner, F. Howar und B. Steffen. *Inferring Automata with State-Local Alphabet Abstractions*. NFM 2013, LNCS 7871, pp. 124–138.

# Implementierung

## Großes Java-Framework: LearnLib<sup>8</sup>

- Open-Source-Projekt der TU Dortmund
- Implementiert viele bekannte Algorithmen
- Verschiedene Bausteine modular kombinierbar (Learner, Abstraktion, EQ-Orakel etc.)
- Bietet auch Datenstrukturen (bspw. Diskriminatorenbaum)
- Interaktion mit Anwendungen durch manuelles Interfacing

→ Ermöglicht einfaches Experimentieren

<sup>8</sup>[learnlib.de](http://learnlib.de)

# Case Studies

- Reverse Engineering von Smartcards<sup>9</sup>
- Aufdeckung von Bugs in Protokoll-Implementierungen (z.B. SSH<sup>10</sup>, MQTT<sup>11</sup>)
- Re-Engineering einer Legacy-Komponente eines Radiologie-Gerätes<sup>12</sup>
- Einiges mehr...

<sup>9</sup>G. Chalupar u. a. *Automated Reverse Engineering using Lego*. WOOT 14, USENIX 2014.

<sup>10</sup>P. Fiterău-Broștean u. a. *Model Learning and Model Checking of SSH Implementations*. SPIN 24, ACM 2017, pp. 142–151.

<sup>11</sup>M. Tappler, B. Aichernig und R. Bloem. *Model-Based Testing IoT Communication via Active Automata Learning*. ICST 2017, IEEE, pp. 276–287.

<sup>12</sup>M. Schuts, J. Hooman und F. Vaandrager. *Refactoring of Legacy Software using Model Learning and Equivalence Checking: an Industrial Experience Report*. IFM 12, LNCS 9681, pp. 311–325.

# Aktuelle Forschung

- Erweiterung auf mächtigere Modelle
  - zeitabhängiges Verhalten<sup>13</sup>
  - zustandsübergreifender Speicher<sup>14</sup>
- Erweiterung auf Greybox-Szenarien<sup>15</sup>
- Verknüpfung mit Machine Learning<sup>16</sup>

<sup>13</sup>P. Kogel, V. Klös und S. Glesner. *Learning Mealy Machines with Local Timers*. ICFEM 24, LNCS 14308, pp. 47–64.

<sup>14</sup>S. Dierl u. a. *Scalable Tree-based Register Automata Learning*. arXiv preprint arXiv:2401.14324 (2024).

<sup>15</sup>B. Garhewal u. a. *Grey-Box Learning of Register Automata*. IFM 2020, LNCS 12546, pp. 22–40.

<sup>16</sup>G. Weiss, Y. Goldberg und E. Yahav. *Extracting Automata from Recurrent Neural Networks Using Queries and Counterexamples*. ICML 35, PMLR 80, pp. 5247–5256.

# Zusammenfassung

- Blackbox-Lernen ist schwer!  
→ Exaktheitsanspruch bedingt Komplexität
- Problem nur durch Reduktion auf Teilprobleme beherrschbar
- Praktischer Erfolg hängt auch von guten Heuristiken ab  
→ Algorithm Engineering
- Enorme Fortschritte seit Feldentstehung!